CAVER.pdf 1 10/25/15 1:54 PM

MATHÉMATIQUES

Deuxième préparatoire

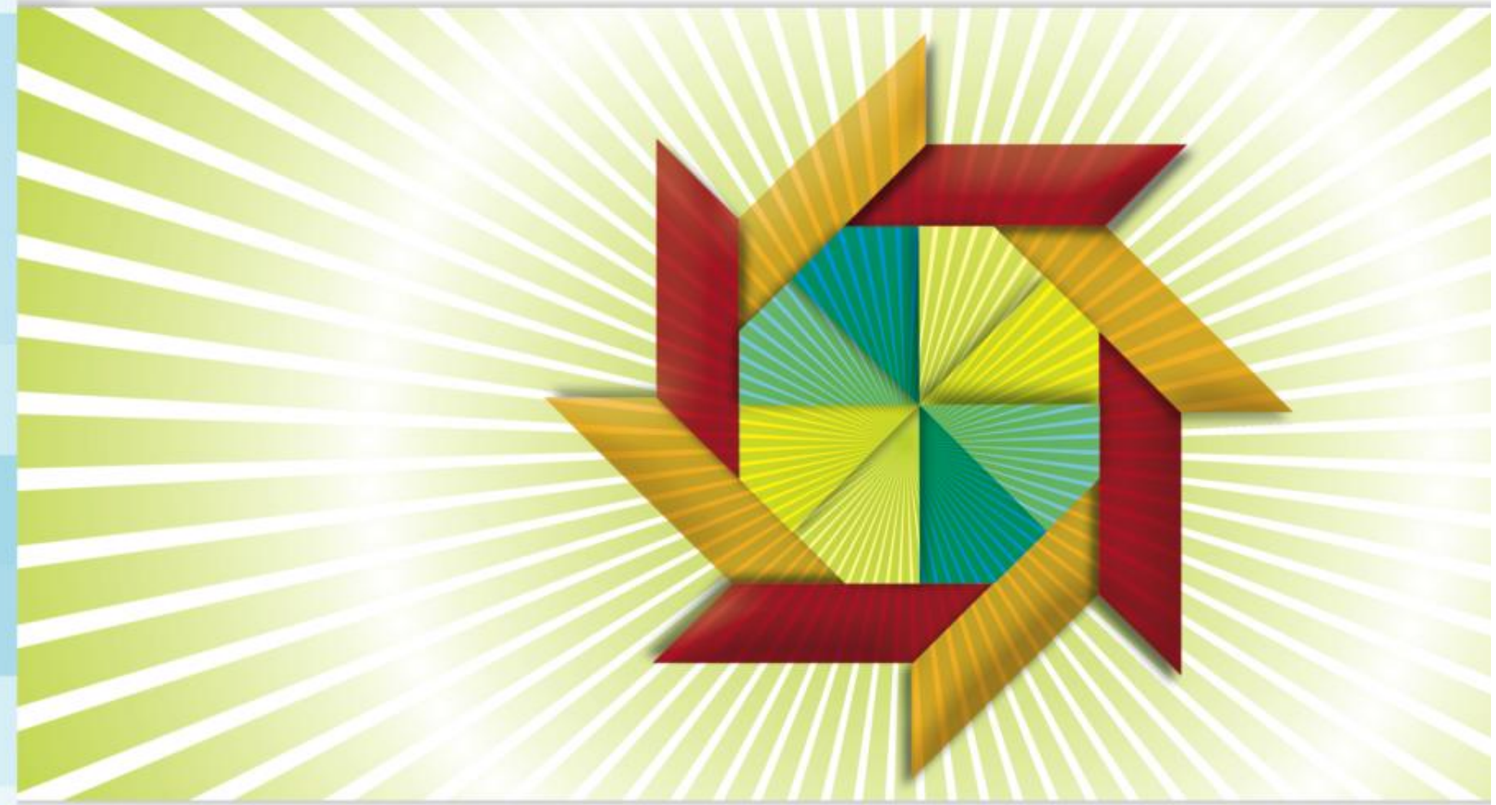
Deuxième semestre

Livre de l'élève

- Fais de ton étude des mathématiques un travail intéressant et bénéfique qui a ses applications dans ta vie quotidienne.
- Nous avons présenté le contenu mathématique d'une manière simple pour t'aider à construire tes connaissances mathématiques et à acquérir des méthodes de raisonnement convenables.
- Nous avons montré l'importance du rôle des mathématiques dans les autres domaines scientifiques.

الأشـــراف برنتنج هاوس

MATHÉMATIQUES



Deuxième préparatoire

Deuxième semestre

Livre de l'élève

غير مصرح بتداول هذا الكتاب
خارج وزارة التربية والتعليم

2015 - 2016

République Arabe d'Égypte
Ministère de l'Éducation et
de l'Enseignement
secteur du livre

MATHÉMATIQUES

غير مصرح بتداول هذا الكتاب
خارج وزارة التربية والتعليم

2015-2016

Deuxième préparatoire

Deuxième semestre

Livre de l'élève

Rédigé par

M. Omar Fouaad Gaballah

Dr. Affaf Aboul Foutouh Saleh

Dr. Essam Wassfy Roufaïl

M. Mahmoud Yasser El Khatib

M. Sirafim Elias Iskandar

Rédigé par

Hussin Mohmoud Hussin

Conseiller poun les, mathématuqies

بسم الله الرحمن الرحيم

Cher élève,

Nous avons le plaisir de te présenter le manuel de mathématiques de deuxième préparatoire. Nous avons tenu à faire de l'apprentissage des mathématiques un travail intéressant et utile, adapté, à la vie pratique et à l'apprentissage des autres matières scolaires afin que tu sentes l'importance de l'étude des mathématiques "sa valeur" et que tu apprécies le rôle des mathématiciens.

Ce manuel propose les activités comme éléments essentiels, et nous avons essayé de proposer le contenu scientifique d'une manière simple pour t'aider à construire tes connaissances mathématiques et à acquérir des méthodes de raisonnements convenables favorisant la créativité.

Ce manuel comporte plusieurs unités et chaque unité plusieurs leçons. Les images et les couleurs sont utilisées pour illustrer les notions mathématiques, les propriétés des figures, en utilisant un langage facile et adapté tenant compte des connaissances acquises. Nous avons également tenu à t'entraîner à découvrir les connaissances visées pour développer ta capacité à l'auto-apprentissage. La calculatrice et l'ordinateur sont utilisés à chaque fois que l'occasion se présente. Chaque leçon comporte des exercices et chaque unité comporte des exercices généraux, des activités concernant le portfolio et une épreuve.

A la fin du manuel, nous proposons des épreuves générales, pour t'aider à réviser la totalité du programme et des indications pour les réponses à certains exercices.

Nous espérons que ce travail sera bénéfique pour toi et pour notre chère Egypte.

Les auteurs

Contents

Unité (1) : Factorisation

Leçon (1) : Factorisation d'un trinôme 2

Leçon (2) : Factorisation d'un trinôme carré parfait 7

Leçon (3) : Factorisation d'une différence de deux carrés 11

Leçon (4) : Factorisation d'une somme et d'une différence de deux cubes 13

Leçon (5) : Factorisation par partition 16

Leçon (6) : Factorisation par complétion d'un carré parfait 18

Leçon (7) : Résolution d'une équation de second degré à une inconnue 20

Exercices généraux 24

Activité 25

Epreuve de l'unité 26

Unité (2) : Puissances entières non nègatives, puissances négatives dans $\mathbb{R}$ et opérations

Leçon (1) : Puissances entières non négatives et puissances négatives dans $\mathbb{R}$ 28

Leçon (2) : Règles de calvul avec les puissances entières non négatives dans $\mathbb{R}$ 31

Leçon (3) : Règles de calvul avec les puissances entières négatives dans $\mathbb{R}$ 34

Leçon (4) : Opérations sur les puissances entières négatives dans $\mathbb{R}$ 37

Activité 42

Epreuve de l'unité 42

Unité (3) : Probabilité

Leçon (1) : Probabilité 44

Exercices généraux 50

Activité 52

Epreuve de l'unité 52

Unité (4) : Aires

Leçon (1) : Parallélogrammes de même aire 54

Leçon (2) : Triangles de même aire 62

Leçon (3) : Aires de quelques figures géométriques 69

Exercices généraux 74

Activité 75

Epreuve de l'unité 76

Unité (5) : Similitude, Réciproque du théorème de py thagore et théorème d'Euclide

Leçon (1) : Similitude 78

Leçon (2) : Réciproque du théorème de Pythagore 83

Leçon (3) : Projections 85

Leçon (4) : Théorème d'Euclide 90

Leçon (5) : Identification d'un triangle selon ses angles 93

Exercices généraux 95

Activité 97

Epreuve de l'unité 97

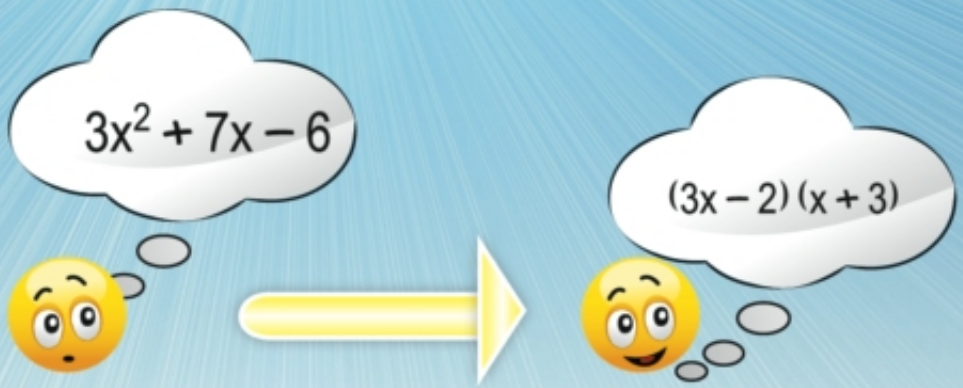
Exercices généraux 99

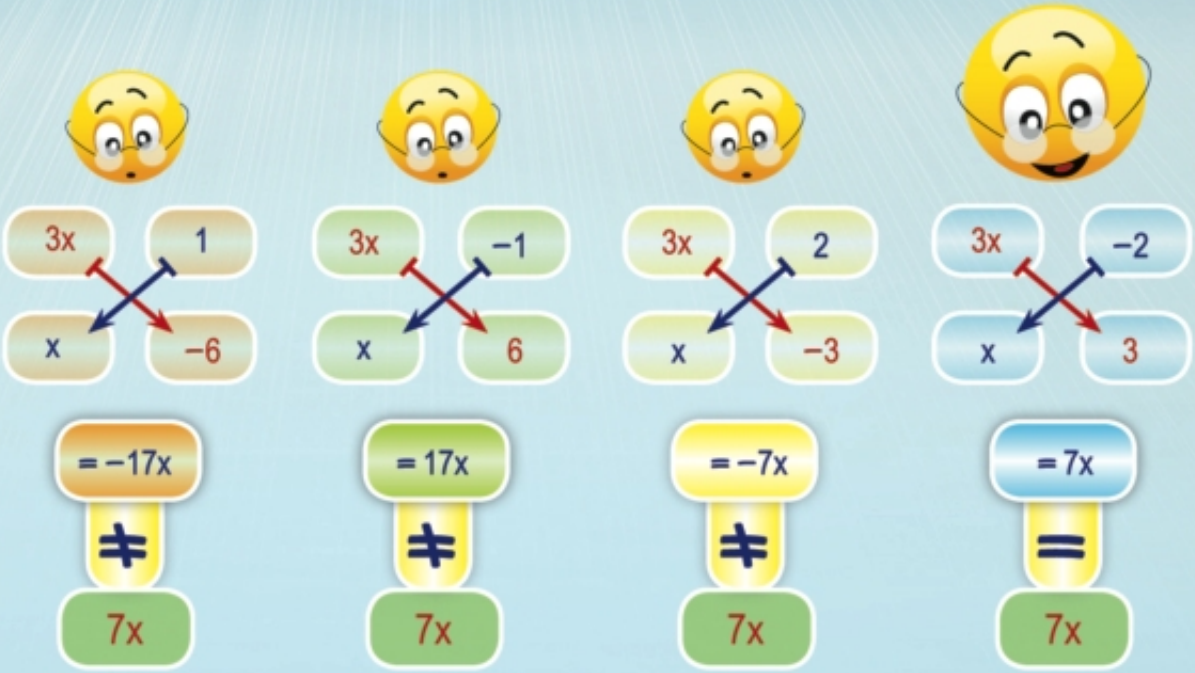
Symboles mathématiques utilisés

$\mathbb{N}$	ensemble des nombres naturels	$\perp$	perpendiculaire à
$\mathbb{Z}$	ensemble des nombres entiers	//	parallèle à
$\mathbb{Q}$	ensemble des nombres rationnels	$\overline{AB}$	le segment $\overline{AB}$
$\mathbb{Q}'$	ensemble des nombres irrationnels	$\overrightarrow{AB}$	la demi-droite $\overrightarrow{AB}$
$\mathbb{R}$	ensemble des nombres réels	$\overleftrightarrow{AB}$	la droite $\overleftrightarrow{AB}$
$\sqrt{a}$	racine carré de a	m ($\angle$L)	mesure de l'angle L
$\sqrt[3]{a}$	racine cubique de a	$\sim$	semblable à
$[a , b]$	intervalle fermé	$>$	plus grand que
$]a , b[$	intervalle ouvert	$\geqslant$	plus grand ou égal à
$[a , b[$	intervalle semi-ouvert (fermé)	$<$	plus petit que
$]a , b]$	intervalle semi-fermé (ouvert)	$\leqslant$	plus petit ou égal à
$[a , +\infty [$	intervalle illimité	$P(A)$	probabilité de l'événement A
$\equiv$	superposition		

Unité (1)

Factorisation





Unité 7

Leçon 1

Factorisation d'un trinôme

Réfléchis et discute

A apprendre :

- Signification de la factorisation d'une expression algébrique.
- Factorisation d'un trinôme.

Expressions de base :

- Factorisation.
- Expression algébrique
- Un trinôme

Nous avons déjà étudié que :
Factoriser un nombre entier consiste à le mettre sous forme d'un produit de deux ou plusieurs facteurs.

Par exemple :
$12 = 3 \times 4$ ou $12 = -3 \times -4$ ou $12 = 2 \times 6$ ou ...

Nous avons également étudié la factorisation par le plus grand commun diviseur (PGCD).

Par exemple : $6x^2y^2 - 9x^3y = 3x^2y(2y - 3x)$

Pour s'entraîner

Factorise par le PGCD :

1. $2x(m + 3) - 4y(m + 3)$
2. $a(a - b) - b(b - a)$

On sait que : $(x + 3)(x + 4) = x(x + 4) + 3(x + 4)$
$= x^2 + 4x + 3x + 3 \times 4$
$= x^2 + (4 + 3)x + 12$
$= x^2 + 7x + 12$

L'expression $(x^2 + 7x + 12)$ est un trinôme.

A partir des étapes de la multiplication précédente et en utilisant les propriétés de la multiplication, peux-tu factoriser l'expression $(x^2 + 7x + 12)$ en deux facteurs ?

Produit égal à 12	Somme
1×12	13
-1×-12	-13
2×6	8
-2×-6	-8
3×4	7
-3×-4	-7

1) x^2 se factorise en $x \times x$

2) On essaie de trouver deux nombres dont le produit est 12 et la somme est 7. Ces deux nombres sont 3 et 4.

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

Pour s'entraîner

1. Trouve deux nombres dont le produit est 20 et la somme est 9.
2. Trouve deux nombres dont le produit est 12 et la somme est -8.
3. Trouve deux nombres dont le produit est -24 et la somme est 5.
4. Trouve deux nombres dont le produit est -15 et la somme est -14.

(1) Factorisation d'un trinôme de la forme $x^2 + b x + c$

Cette expression se factorise en deux facteurs.

- Le premier terme de chaque facteur est x.
- Les deux autres termes sont tels que leur produit est c et leur somme est b.

Exemples :

1 **Factorise l'expression : $x^2 - 5x + 6$**

Solution

On cherche deux nombres dont le produit est 6 et la somme est -5. Ces deux nombres sont -2 et -3.

Donc $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

2 **Factorise l'expression : $x^2 - 5x - 6$**

Solution

On cherche deux nombres dont le produit est -6 et la somme est -5. Ces deux nombres sont 1 et -6.

Donc $x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x - 6)$

3 Factorise l'expression : **$3y^2 - 48 + 18y$**

Solution

1. Il faut ordonner les termes de l'expression selon les puissances décroissantes de y. **On obtient l'expression $3y^2 + 18y - 48$**
2. On remarque que 3 est un facteur commun aux différents termes de l'expression. **On obtient l'expression $3(y^2 + 6y - 16)$**
3. On cherche deux nombres dont le produit est -16 et la somme est 6. Ces deux nombres sont -2 et 8. **Donc l'expression = $3(y - 2)(y + 8)$**

4 Factorise l'expression: $m^4 - 6m^2n + 5n^2$

Solution

1. m^4 se factorise comme $m^2 \times m^2$
2. On cherche deux nombres dont le produit est $(5\ n^2)$ et la somme est $(-6\ n)$. Ces deux nombres sont -n et -5 n.

Donc l'expression = $(m^2 - n)(m^2 - 5n)$

Pour s'entraîner

Factorise chacune des expressions suivantes :

1 $x^2 + 11x + 10$	**2** $x^2 - 7x + 10$	**3** $x^2 - 3x - 10$
4 $x^2 - 7x + 12$	**5** $x^2 + 4x - 12$	**6** $x^2 - x - 12$
7 $x^2 - 8x + 12$	**8** $y^2 - 20y + 51$	**9** $y^2 - 50y - 51$
10 $5x^2 - 10x - 15$	**11** $x^4 - 9x^2 + 20$	**12** $x^3 - 3x^2 - 28x$
13 $x^2 - 5xy - 24y^2$	**14** $b^2 + 3bc - 10c^2$	**15** $-x^2 + 2x + 63$

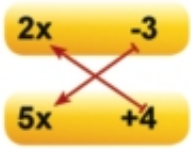
(2) Factorisation d'un trinôme de la forme $a x^2 + b x + c$, où $a \neq \pm 1$

On sait que :

$$(2x - 3)(5x + 4) = \underbrace{10x^2}_{2x \times 5x} + \underbrace{(8x + (-15x))}_{\text{Produit des moyens + produit des extrêmes}} + \underbrace{(-12)}_{-3 \times 4}$$

Donc $(2x - 3)(5x + 4) = 10x^2 - 7x - 12$

Par contre, pour factoriser l'expression $10x^2 - 7x - 12$, **on fait plusieurs essais** pour arriver à factoriser l'expression. Nous pouvons nous aider de la figure ci-contre.



Le terme médian $= (2x)(4) + (-3)(5x)$
$= -7x$

$\therefore 10x^2 - 7x - 12 = (2x - 3)(5x + 4)$

Exemple (1)

Factorise l'expression $3x^2 + 7x - 6$

Solution

On remarque que $3x^2 = (3x)(x)$ tandis que -6 peut être factorisé en 1 □ -6 ou -1 □ 6 ou 2 □ -3 ou -2 □ 3. Nous devons penser aux possibilités suivantes pour arriver à faire la factorisation :

Fig. (1)

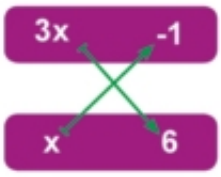


Fig. (2)

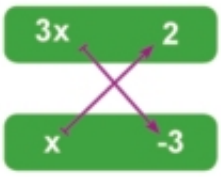


Fig. (3)

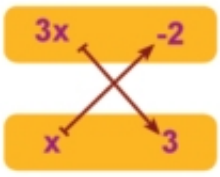


Fig. (4)

Dans la figure (1) : $3x \times -6 + x \times 1 = -17x \neq$ terme médian.

Dans la figure (2) : $3x \times 6 + x \times -1 = 17x \neq$ terme médian.

Dans la figure (3) : $3x \times -3 + x \times 2 = -7x \neq$ terme médian.

Dans la figure (4) : $3x \times 3 + x \times -2 = 7x =$ terme médian.

$\therefore 3x^2 + 7x - 6 = (3x - 2)(x + 3)$

Exemple (2)

Factorise l'expression $15x^4 - 21z^2 - 6x^2z$

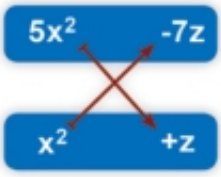
Solution

1. L'expression après l'ordre des termes est : $15x^4 - 6x^2z - 21z^2$. On remarque l'existence d'un facteur commun.

   L'expression = $3(5x^4 - 2x^2z - 7z^2)$

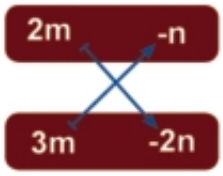
2. Puisque le troisième terme est négatif, donc les signes des coefficients de ses facteurs sont différents

   $\therefore$ L'expression = $3(5x^2 - 7z)(x^2 + z)$



Exemple (3)

Factoriser l'expression $6m^2 + n(2n - 7m)$



Solution

L'expression $= 6m^2 + 2n^2 - 7nm$

$= 6m^2 - 7nm + 2n^2 = (2m - n)(3m - 2n)$

Remarque : Nous pouvons vérifier le résultat trouvé en développant ses facteurs pour retrouver l'expression initiale.

Exercices (1 - 1)

(A) : Complète pour obtenir une factorisation correcte :

1. $3x^2 + 7x - 6 = (3x - \ldots\ldots)(\ldots\ldots + \ldots\ldots)$
2. $2x^2 + x - 6 = (\ldots\ldots - \ldots\ldots)(x + \ldots\ldots)$
3. $5x^2 - 2x - 7 = (5x - \ldots\ldots)(x + \ldots\ldots)$
4. $6x^2 - 11x - 10 = (2x - \ldots\ldots)(\ldots\ldots + 2)$
5. $3x^2 + 10x + 8 = (\ldots\ldots + 4)(x + \ldots\ldots)$

(B) : Factorise chacune des expressions suivantes :

1. $2x^2 + 3x + 1$
2. $2y^2 + 5y + 3$
3. $3a^2 + 7a + 2$
4. $5z^2 - 7z + 2$
5. $6x^2 - 11x + 3$
6. $3m^2 - 19m + 6$
7. $5x^2 - 3x - 2$
8. $3y^2 + 7y - 6$
9. $2m^2 - 9m - 5$
10. $8z^2 + 2z - 3$
11. $5a^2 - 18a + 16$
12. $8x^3 - 27x^2 - 20x$
13. $6x^2 - 47xy - 63y^2$
14. $10a^2 + 11ab - 18b^2$
15. $3x^2 - 20xy - 7y^2$
16. $7x^4 + 23x^2y - 30y^2$
17. $6a^2 - 19ab - 7b^2$
18. $5y^2 - 4x(7y + 3x)$
19. $18x^5 + 33x^3 - 30x$
20. $25m - 10 + 15m^2$
21. $21x^2y^2 + 6x^2y^3 - 15x^2y^4$
22. $a^2b^2 - 24ab^2 + 143b^2$

(C) : Soit un rectangle d'aire $(2x^2 + 19x + 35)$ cm². Trouve ses dimensions en fonction de x, puis trouve son périmètre pour $x = 3$.

Unité 1

Leçon 2

Factorisation d'un trinôme carré parfait

Réfléchis et discute

Nous avons déjà étudié que :

$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$(5y + 7x)^2 = 25y^2 + 70xy + 49x^2$

$(L^2 - 5m)^2 = L^4 - 10L^2m + 25m^2$

Chacune des expressions $4x^2 - 12x + 9$, $25y^2 + 70xy + 49x^2$, $L^4 - 10L^2m + 25m^2$ **est un carré parfait.**

A apprendre :

- Factoriser un trinôme carré parfait.

Expressions de base :

- carré parfait.

On remarque que :

1. Le premier et le dernier terme de chacune de ces expressions sont des carrés parfaits.
2. Le terme médian = ± 2 × la racine carré du premier terme × la racine carrée du troisième terme.

Pour factoriser un trinôme carré parfait, on le met sous la forme :

Le trinôme carré parfait =

$$\left(\sqrt{\text{premier terme}} \underset{\text{signe du terme médian}}{\pm} \sqrt{\text{troisième terme}}\right)^2$$

Exemple $9x^2 - 30x + 25 = (\sqrt{9x^2} - \sqrt{25})^2 = (3x - 5)^2$

$L^4 + 14L^2m + 49m^2 = (\sqrt{L^4} + \sqrt{49m^2})^2 = (L^2 + 7m)^2$

Remarque :

1. Cherche le facteur commun à tous les termes de l'expression s'il existe.
2. Range les termes de l'expression, selon les puissances d'un symbole, dans l'ordre décroissant.

Exemple (1)

Détermine les expressions qui sont des carrés parfaits, puis factorise-les :

A $25x^2 - 30x + 9$ B $m^2 + 4m - 4$ C $49a^2 + 70ab^2 + 25b^4$

Solution

A $25x^2 = (5x)^2$ et $9 = (3)^2$ **Le premier et le dernier terme de l' expression sont des carrés parfaits.**

$2 \times (5x) \times 3 = 30$ = le terme médian.

$\therefore$ L'expression $25x^2 - 30x + 9$ est un carré parfait. Donc $25x^2 - 30x + 9 = (5x - 3)^2$

B L'expression $m^2 + 4m - 4$ n'est pas un carré parfait car le troisième terme est négatif.

C Le premier terme $= 49a^2 = (7a)^2$ est un carré parfait.
Le troisième terme $= 25b^4 = (5b^2)^2$ est un carré parfait.
$2 \square 7a \square 5b^2 = 70ab^2$ = le terme médian

$\therefore$ L'expression $49a^2 + 70ab^2 + 25b^4$ est un carré parfait. Donc l'expression $= (7a + 5b^2)^2$

Exemple (2)

Complète pour faire de chaque expression un carré parfait, puis factorise-la :

A $4y^2 \pm \ldots\ldots + 121$ B $25a^2 - 30ab \ldots\ldots$

Solution

A Le terme médian $= \pm 2 (\sqrt{\text{premier terme}} \times \sqrt{\text{troisème terme}}) = \pm 2 (2y)(11) = \pm 44y$

$\therefore$ L'expression$= 4y^2 \pm 44y + 121 = (2y \pm 11)^2$

B $25a^2 = (5a)^2$

Le terme médian $= -30ab = 2(5a) \times$ la racine carré du troisième terme

La racine carré du troisième terme $= \dfrac{-30ab}{2 \times 5a} = -3b$

Le troisième terme $= (-3b)^2 = 9b^2$

$\therefore$ L'expression $= 25a^2 - 30ab^2 + 9b^2$ et donc $49a^2 - 30ab^2 + 9b^2 = (5a - 3b)^2$

Pour s'entraîner :

Complète l'expression .... + 12 x^2 +36 pour avoir un carré parfait, puis factorise-le.

Exemple (3)

Utilise la factorisation pour faciliter le calcul de : $(7,3)^2 + 2 \times 7,3 \times 2,7 + (2,7)^2$

Solution

Remarque que l'expression donnée est sous la forme d'un trinôme carré parfait. Donc on peut l'écrire sous la forme : L'expression = $(7,3 + 2,7)^2 = (10)^2 = 100$

Pour s'entraîner :

Utilise la factorisation pour trouver la valeur de : $(574)^2 - 2 \times 574 \times 573 + (573)^2$

Exemple (4)

Factorise chacune des expressions suivantes :

A $5x^3 + 50x^2 + 125x$ **B** $40\,a^2b - 50\,a^4 - 8b^2$

Solution

A En cherchant le P.G.C.D :

$\therefore$ L'expression = $5x\,(x^2 + 10x + 25) = 5x\,(x + 5)^2$

B L'expression = $2(20a^2b - 25a^4 - 4b^2)$

En rangeant les termes selon les puissances décroissantes de a :

L'expression = $-2(25a^4 - 20a^2b + 4b^2)$

$= -2(5a^2 - 2b)^2$

Exercices (1 - 2)

1 **Complète** par le terme manquant pour rendre chaque expression un carré parfait :

A $4x^2$ .... + 1

B $a^2 - 6ab$ + ...

C ..... - $18y^2 + 81$

D $\frac{1}{25}x^2$ ..... + $\frac{1}{4}y^2$

E $25\,m^2 + 20mn$ .....

F z^4 ..... + $49\,L^2$

2 **Détermine les expressions qui sont des carrés parfaits, puis factorise-les :**

A $x^2 - 12x + 36$

B $25x^2 - 15x + 9$

C $m^2 - 6m - 9$

D $4\,a^2 + 14\,ab + 49\,b^2$

E $0{,}01\,x^2 - 0{,}2\,x + 1$

F $\frac{1}{4}\,y^2 - y + 4$

3 **Choisis** la bonne réponse parmi les réponses données :

A Si l'expression $x^2 + 14x + b$ est un carré parfait, alors b = ...
(2 ou 7 ou 14 ou 49)

B Si $(x + y)^2 = 64$ et $xy = 15$, alors $x^2 + y^2$ = ... (8 ou 34 ou -34 ou 49)

C Si $a^2 + b^2 = 11$ et $ab = 5$, alors a - b = ... (6a ou ± 1 ou 1 ou -1)

D $(99)^2 + 2(99) + 1$ = ... (100 ou 10000 ou 410 ou $(98)^2$)

E Si l'expression $a^2 + 2\,ab + b^2 = 25$, alors a + b = ...
(5 ou -5 ou ± 5 ou 12,5)

F Si l'expression $x^2 + k\,x + 25$ est un carré parfait, alors k = ...
(5 ou 10 ou ± 10 ou ±5)

4 **Factorise** chacune des expressions suivantes :

A $m^2 - 2m + 1$

B $9x^2 + 12x + 4$

C $36 - 60\,k + 25\,k^2$

D $4\,x^2 - 4\,xy + y^2$

E $9\,a^2 + 6\,ab + b^2$

F $25\,b^2 - 10\,b + 1$

5 **Factorise** chacune des expressions suivantes :

A $18\,y^2 - 12y + 2$

B $24x + 24x^2 + 6x^3$

C $6\,a^4 - 12a^2b^2 + 6b^4$

D $4\,b^2c + bc^2 + 4\,b^3$

E $3z + 42\,z^4 + 147z^7$

F $20\,ay^2 - 60ay + 45a$

6 **Utilise** la factorisation pour faciliter le calcul de :

A $(20{,}7)^2 - 1{,}4 \times 20{,}7 + (0{,}7)^2$

B $(997)^2 + 6 \times 997 + 9$

Factorisation d'une différence de deux carrés

Unité 1

Leçon 3

Réfléchis et discute

Nous avons déjà étudié que :

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

L'expression $x^2 - y^2$ est appelée « une différence de deux carrés ».

Une différence des carrés de deux quantités = la somme des deux quantités × leur différence

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

A apprendre :

- Factorisation d'une différence de deux carrés.

Expressions de base :

- différence de deux carrés

Exemple (1)

Factorise chacune des expressions suivantes :

A $49x^2 - 25$

B $(2y - 3)^2 - 1$

C $27m^3 - 48mn^6$

D $(x + y)^2 - (x - y)^2$

Solution

A $49x^2 - 25 = (7x + 5)(7x - 5)$

B $(2y - 3)^2 - 1 = [(2y - 3) + 1][(2y - 3) - 1]$

$= (2y - 2)(2y - 4)$

$= 2(y - 1) \times 2(y - 2) = 4(y - 1)(y - 2)$

C $27m^3 - 48mn^6 = 3m(9m^2 - 16n^6)$

$= 3m(3m + 4n^3)(3m - 4n^3)$

D $(x + y)^2 - (x - y)^2 = [(x + y) + (x - y)][(x + y) - (x - y)]$

$= 2x \times 2y$

$= 4xy$

Exemples

2 **Utilise la factorisation pour faciliter le calcul de :**

A $(763)^2 - (237)^2$ **B** $(999)^2 - 1$

Solution

A l'expression $= (763 + 237)(763 - 237) = 1000 \times 526 = 526000$

B l'expression $= (999 + 1)(999 - 1) = 1000 \times 998 = 998000$

3 **Factorise l'expression** $81\ x^4 - 16\ y^4$.

Solution

$$81x^4 - 16y^4 = (9x^2 + 4y^2)\ (9x^2 - 4y^2)$$
$$= (9x^2 + 4y^2)\ (3x + 2y)\ (3x - 2y)$$

Exercices (1-3)

1 **Factorise chacune des expressions suivantes si cela est possible :**

A $x^2 - 4$ **B** $9 - y^2$ **C** $-9x^2 + 25$

D $8x^2 - 50$ **E** $a^2 - b^2\ c^4$ **F** $225\ x^2 - y^2$

G $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$ **H** $9(m - 1)^2 - 25\ (m + 1)^2$ **I** $x^{100} - 1$

2 **Utilise la factorisation pour calculer :**

A $(77)^2 - (23)^2$ **B** $(8{,}27)^2 - (1{,}23)^2$ **C** 31×29

D la longueur de l'un des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle sachant que la longueur de l'autre côté est 40 cm et la longueur de l'hypoténuse est 41 cm.

3 Si $x^2 - y^2 = 20$ et $x + y = 10$, trouve la valeur de $x - y$.

4 Si $l - m = 9$ et $l + m = 15$, trouve la valeur de $l^2 - m^2$.

5 Si $4\ x^2 - y^2 = -32$ et $2\ x + y = 8$, trouve la valeur de $y - 2\ x$.

6 **Factorise chacune des expressions suivantes :**

A $(x + y + 5)^2 - (x - y - 5)^2$ **B** $(a + b + c)^2 - (a - b - c)^2$

Factorisation d'une somme et d'une différence de deux cubes

Unité 7

Leçon 4

Réfléchis et discute

Factorisation d'une somme de deux cubes :

L'enseignant demande à l' élève :

Peut-on factoriser : $x^3 + y^3$?

L'élève réfléchit, puis il répond :

J'estime que l'un des deux facteurs est $(x + y)$.

L'enseignant dit : Peut-on calculer l'autre facteur de $x^3 + y^3$?

L'élève répond : Pour calculer l'autre facteur de $(x^3 + y^3)$ on effectue la division $(x^3 + y^3) \div (x + y)$ en utilisant la méthode de la division de deux expressions déjà étudiées . Le quotient de la division est $x^2 - x\,y + y^2$

A apprendre :

- Factorisation d'une somme de deux cubes.
- Factorisation d'une différence de deux cubes.

Expressions de base :

- somme de deux cubes
- différence de deux cubes

$$
\begin{array}{l|l}
x^3 \qquad\qquad + y^3 & x + y \\
\hline
\quad - x^3 + x^2y & x^2 - x\,y + y^2 \\
\hline
\quad - x^2y \qquad + y^3 & \\
\quad + x^2y - x\,y^2 & \\
\hline
\qquad x^2y \quad + y^3 & \\
\qquad - x^2y \quad - y^3 & \\
\hline
\qquad 00 \qquad 00 &
\end{array}
$$

L'expression $x^3 + y^3$ est appelée somme de deux cubes. Elle est factorisée de la manière suivante :

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - x\,y + y^2)$$

Exemple :

$8x^3 + 27 = (2x)^3 + (3)^3 = (2x + 3)\,[(2x)^2 - 2x \times 3 + (3)^2]$

$= (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$

Factorisation d'une différence de deux cubes :

L'expression $x^3 - y^3$ est appelée différence de deux cubes. Nous pouvons trouver sa formule comme suit :

$x^3 - y^3 = x^3 + (-y)^3$

$= (x + (-y))\,[x^2 - x\,(-y) + (-y)^2]$

$$\therefore\ x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + x\,y + y^2)$$

Par exemple : $125\,a^3 - b^6 = (5a)^3 - (b^2)^3$

$= (5a - b^2)(25a^2 + 5\,ab^2 + b^4)$

Exemples :

1 **Factorise chacune des expressions suivantes :**

A $x^3 + 343y^3$ **B** $40a^3 + 135\,b^3$

C $(x + z)^3 - x^3$ **D** $x^6 - 64\,y^6$

Solution

A $x^3 + 343\,y^3 = (x)^3 + (7y)^3$

$= (x + 7y)(x^2 - 7\,xy + 49\,y^2)$

B $40\,a^3 + 135\,b^3 = 5\,(8a^3 + 27\,b^3) = 5\,[(2a)^3 + (3\,b)^3]$

$= 5\,(2a + 3b)\,(4\,a^2 - 6\,ab + 9\,b^2)$

C $(x + z)^3 - x^3 = [(x + z) - x][(x + z)^2 + x(x + z) + x^2]$

$= z\,(x^2 + 2\,xz + z^2 + x^2 + xz + x^2)$

$= z\,(3x^2 + 3\,xz + z^2)$

D $x^6 - 64\,y^6$

On remarque que : cette expression peut être factorisée comme différence de deux carrés comme elle peut être factorisée comme différence de deux cubes. Dans ce cas, il faut commencer d'abord par la factoriser comme différence de deux carrés :

$x^6 - 64y^6 = (x^3 + 8y^3)(x^3 - 8y^3)$

$= (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4\,y^2)(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4\,y^2)$

2 Si $x^2 - y^2 = 20$, $x - y = 2$ et $x^2 - xy + y^2 = 28$, **trouve la valeur de** $x^3 + y^3$.

Solution

$x^2 - y^2 = 20$ $\therefore (x - y)(x + y) = 20$

$x - y = 2$ $\therefore 2(x + y) = 20$ $\therefore x + y = 10$

$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - x\,y + y^2)$

$= 10 \times 28 = 280$

Exercices (1 - 4)

1 **Complète** pour obtenir des phrases correctes :

A $\sqrt[3]{8x^3}$ = ...

B $\sqrt[3]{-125\,a^6}$ = ...

C $27\,m^3 = (.....)^3$

D $343\,x^3\,y^6 = (.....)^3$

E $x^3 - 1 = (x - 1)\,(.....)$

F $8a^3 + 125 = (.....+.....)\,(4a^2 - 10a + ...)$

2 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

A $x^3 + 8$

B $m^3 + 64\,n^3$

C $x^3 - 729$

D $8 - 1000\,b^6$

E $x^{12} + y^{15}$

F $\frac{1}{8}\,a^3 - 8\,b^3$

3 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

A $512\,x^3 - y^3$

B $343 + 27\,m^3$

C $16\,a^3\,b + 686\,b^4$

D $5\,x^4 - 40x$

E $(x + 5)^3 - 125$

F $(m - 2\,n)^3 - 8\,n^3$

4 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

A $(x + 5)^3 + (x - 5)^3$

B $(x + y)^3 - (x - y)^3$

C $(m - n) + (m - n)^4$

D $x^6 - 7x^3 - 8$

E $0{,}027\,m^3 - n^3$

F $a^6 - 625\,b^6$

5 Si $x^3 - y^3 = 28$ et $x - y = 2$, trouve la valeur de $x^2 + x\,y + y^2$

Unité 7

Leçon 5

Factorisation par partition

Réfléchis et discute

A apprendre :

- La factorisation par partition .

Expressions de base :

- factorisation par partition

Pour factoriser une expression algébrique composée de plus de trois termes comme

$$2ax + ay + 2b\,x + b\,y$$

on remarque qu'il n'y a pas de facteur commun entre tous les termes et que cette expression n'est pas dans l'une des formes déjà étudiées. Par conséquent, on essaie de partager l'expression en groupes de termes ayant dans chaque groupe un facteur commun.

L'expression $= 2\,ax + ay + 2bx + by$ L'expression est partagée en deux groupes

$= a\,(2x + y) + b(2x + y)$ On a cherché le facteur commun de chaque groupe

$= (2x + y)(a + b)$, $(2x+y)$ est un facteur commun des deux groupes

Remarque que :

Nous pouvons effectuer la partition d'une autre façon comme suit :

L'expression $= 2\,ax + 2\,bx + ay + by$ Propriété de la commutativité

$= 2\,x\,(a + b) \quad + \quad y\,(a + b) = (a + b)(2x + y)$

Exemple

Factorise chacune des expressions suivantes :

A $x^3 + 2x^2 - x - 2$

B $16x^2 - a^2 + 6\,ab - 9\,b^2$

C $1 - x^2 - 4\,xy - 4y^2$

Solution

A L'expression $= x^3 + 2x^2 + (-x - 2) = x^2\,(x + 2) - (x + 2)$

$= (x + 2)(x^2 - 1)$
$= (x + 2)(x + 1)(x - 1)$

B On remarque qu'il n'y a pas de relation entre le premier terme et les autres termes. Dans ce cas, nous pouvons partager les termes de l'expression comme suit :

$= 16x^2 - (a^2 - 6ab + 9b^2)$
$= 16x^2 - (a - 3b)^2$
$= [4x + (a - 3b)][4x - (a - 3b)] = (4x + a - 3b)(4x - a + 3b)$

C L'expression $= (1) - (x^2 + 4xy + 4y^2)$
$= 1 - (x + 2y)^2$
$= (1 - x - 2y)(1 + x + 2y)$

Exercices (1 - 5)

1 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

A $ax + bx + ay + by$
B $5L - 10m - aL + 2am$
C $am - an + m - n$
D $a^3 + a^2 + a + 1$
E $xy + 5y + 7x + 35$
F $x^3 - 3x^2 + 6x - 18$

2 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

A $3xy - 5zL + 5zx - 3yL$
B $8mn - 2m^2 + 12nL - 3mL$
C $ab + 6mn - 2bm - 3an$
D $3ax - a - 6bx + 2b$
E $2x^2y - xy^2 + 2ax - ay$
F $abx^2 + bx - ax - 1$

3 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

A $x^2 - 2xz - 2xy + 4yz$
B $4a^2 + 2ab + b^2 - x^2$
C $a^2 + 6ab + 9b^2 - m^2$
D $9x^2 - 4a^2 + y^2 + 6xy$
E $121x^4 - 100x^2 - 20x - 1$
F $4m^4 - 9m^2 + 6m - 1$

Unité 7

Leçon 6

Factorisation par complétion d'un carré parfait

Réfléchis et discute

A apprendre :

- La Factorisation par complétion d'un carré parfait.

Expressions de base :

- carré parfait.

Nous avons déjà étudié que :

un carré parfait est de la forme $a^2 \pm 2\,a\,b + b^2$. Sa factorisation est de la forme $(a \pm b)^2$.

Certaines expressions ne sont pas sous la forme d'un carré parfait, mais on peut les compléter pour qu'elles le soient.

Exemple 1

Factorise l'expression : $x^4 + 4y^4$

Solution

Cette expression ne peut pas être factorisée par l'une des méthodes déjà étudiées. Pour obtenir un carré parfait, il faut lui ajouter le terme $2 \times \sqrt{x^4} \times \sqrt{4y^4} = 4x^2y^2$

L'expression $= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 4x^2y^2$

$= (x^2 + 2y^2)^2 - 4x^2y^2$

$= [(x^2 + 2y^2) - 2x\,y][(x^2 + 2y^2) + 2\,x\,y]$

$= (x^2 - 2x\,y + 2y^2)(x^2 + 2\,x\,y + 2\,y^2)$

Exemple 2

Factorise l'expression : $9a^4 - 13a^2b^2 + 4b^4$

Solution

L'expression $= (3\,a^2)^2 - 13\,a^2b^2 + (2b^2)^2$. Pour que l'expression soit un carré parfait, il faut que :

le terme médian $= \pm 2 \times 3a^2 \times 2b^2 = \pm 12\,a^2b^2$

L'expression $= (3a^2)^2 - 12\,a^2b^2 + (2b^2)^2 - a^2b^2$

$= (3a^2 - 2b^2)^2 - a^2b^2$

$= (3a^2 - 2b^2 - ab)(3\,a^2 - 2b^2 + ab)$

$= (3a^2 - ab - 2\,b^2)(3\,a^2 + ab - 2\,b^2)$

$= (3a + 2b)\,(a - b)(3a - 2\,b)\,(a + b)$

Autre solution

On remarque que l'expression $9a^4 - 13a^2b^2 + 4b^4$ peut être factorisée comme un trinôme.

L'expression $= (9a^2 - 4b^2)(a^2 - b^2)$

$= (3a + 2b)(3a - 2b)(a + b)(a - b)$

En utilisant la propriété de la commutativité, on retrouve le même résultat précédemment obtenu.

Exercices (1-6)

1 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

- **A** $4x^4 + y^4$
- **B** $64\,m^4 + n^4$
- **C** $4x^4 + 625\,y^4$
- **D** $81\,x^4 + 4\,z^4$
- **E** $a^4 + 2500\,b^4$
- **F** $8x^4y^2 + 162\,z^4y^2$

2 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

- **A** $x^4 + x^2\,y^2 + 25\,y^4$
- **B** $a^4 + 4\,a^2\,b^2 + 16\,b^4$
- **C** $m^4 - 11\,m^2\,n^2 + n^4$
- **D** $x^4 + 9x^2 + 81$
- **E** $16x^4 - 28\,x^2\,y^2 + 9\,y^4$
- **F** $4x^4 + 25\,y^4 - 29\,x^2\,y^2$

3 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

- **A** $4x^2\,(4x^2 - 7y^2) + y^4$
- **B** $x^2\,(x^2 - 19y^2) + 25\,y^4$
- **C** $3m^4 + 3\,n^4 - 54\,m^2\,n^2$
- **D** $4a^2\,(a^2 - 6\,b^2) + 9\,b^4$
- **E** $9\,x^4 - 25\,x^2 + 16$
- **F** $x^8 - 16\,y^8$

Unité 7

Leçon 7

Résolution d'une équation du second degré à une inconnue

Réfléchis et discute

A apprendre :

- La résolution d'une équation du second degré à une inconnue.

Expressions de base :

- équation du second degré à une inconnue
- racines d'une équation
- résolution d'une équation

Nous avons déjà étudié que :

Si **a** et **b** sont deux nombres réels et si **a × b = zéro**, alors : **a = zéro** ou **b = zéro**

Par exemple , si $(x - 5)(x + 2) = 0$

alors : $x - 5 = 0$ ou $x + 2 = 0$

$\therefore x = 5$ ou $x = -2$

Remarque que :

1. $x = 5$ et $x = -2$ sont appelées les racines de l'équation $(x - 5)(x + 2) = 0$
2. L'ensemble solution de l'équation est $\{5 , -2\}$

Exemple 1

Trouve l'ensemble solution de l'équation $2x^2 - 5x - 3 = 0$

Solution

En factorisant le membre de gauche, l'équation sera de la forme :

$$(2x + 1)(x - 3) = 0$$

$$2x + 1 = 0 \text{ ou } x - 3 = 0$$

$$2x = -1 \text{ ou } x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-1}{2} \text{ ou } x = 3$$

$\therefore$ **L'ensemble solution est** $\{\frac{-1}{2}, 3\}$

Remarque que :

Nous pouvons vérifier le résultat en remplaçant x par chacune des valeurs trouvées dans l'équation initiale :

Pour $x = \frac{-1}{2}$, le membre de gauche $= 2\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{-1}{2}\right) - 3$

$= 2 \times \frac{1}{4} + \frac{5}{2} - 3 = 3 - 3 = 0 =$ Le membre de droite

Pour x = 3, le membre de gauche $= 2(3)^2 - 5(3) - 3$

$= 18 - 15 - 3 = 0 =$ Le membre de droite

$\therefore$ les valeurs $\frac{-1}{2}$ et 3 vérifient l'équation.

Exemple 2

Résous, dans $\mathbb{R}$, l'équation $2x^3 = 18x$

Solution

On écrit l'équation sous la forme $2x^3 - 18x = 0$, puis on la factorise.

$2x(x^2 - 9) = 0$ ou $2x(x - 3)(x + 3) = 0$

$\therefore 2x = 0$ ou $x - 3 = 0$ ou $x + 3 = 0$

$\therefore x = 0$ ou $x = 3$ ou $x = -3$

$\therefore$ **L'ensemble solution = {0, 3, -3}. Vérifie les solutions trouvées.**

Exemple 3

Trouve le nombre réel dont le double dépasse l'inverse de 1.

Solution

Soit le nombre = x $(x \neq 0)$

Le double du nombre = 2 x

L'inverse du nombre = $\frac{1}{x}$

$\because$ le double du nombre dépasse son inverse de 1

$\therefore 2x - \frac{1}{x} = 1$

En multipliant les deux membres de l'équation par x,

$2x^2 - 1 = x$

$2x^2 - x - 1 = 0$

$$(2x + 1)(x - 1) = 0$$

$2x + 1 = 0$ ou $x - 1 = 0$

$2x = -1$

$x = \frac{-1}{2}$ ou $x = 1$

Vérification :

Le double du nombre = -1

L'inverse du nombre = -2

Vérification :

Le double du nombre = 2

L'inverse du nombre = 1

Il est clair dans les deux solutions que le double du nombre dépasse son inverse de 1.

Exemple 4

Dans un rectangle, la longueur dépasse la largeur de 4 cm. Si l'aire du rectangle est 21 cm², trouve les dimensions du rectangle.

Solution

Soit la largeur du rectangle = x cm

∴ la longueur = (x + 4) cm

$\therefore x(x + 4) = 21$

$\therefore x^2 + 4x - 21 = 0$

$\therefore (x - 3)(x + 7) = 0$

$x - 3 = 0$ ou $x + 7 = 0$

$x = 3$ ou $x = -7$ (solution refusée car c'est un nombre négatif)

∴ La largeur du rectangle = 3 cm et la longueur du rectangle = 3 + 4 = 7 cm.

Vérification : L'aire du rectangle = $3 \times 7 = 21$ cm²

Exercices (1 - 7)

1 **Trouve, dans ℝ, l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :**

A $x^2 - 8x + 15 = 0$

B $x^2 - 7x - 30 = 0$

C $6x^2 - 7x - 3 = 0$

D $5x^2 + 12x = 44$

E $(x - 3)(x + 1) = 5$

F $(x + 3)^2 - 49 = 0$

2 **Trouve, dans ℝ, l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :**

A $12x^2 = 47x - 45$

B $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

C $(x + 3)^2 + 3(x + 3) - 10 = 0$

D $x^2 - 6x = 0$

E $4x^3 = 9x$

F $6x^2 - x = 22$

3 Deux nombres réels sont tels que l'un dépasse l'autre de 4. Si leur produit est 45, trouve les deux nombres.

4 La longueur d'un terrain rectangulaire dépasse sa largeur de cinq mètres. Si l'aire du terrain est 500 mètres carrés, trouve ses dimensions.

5 Soit ABC un triangle tel que $m(\angle A) = (x^2 + 61)°$, $m(\angle B) = (110 - 11x)°$ $m(\angle C) = (90 - 7x)°$. Trouve la valeur de x, puis calcule les mesures des angles du triangle.

6 L'âge de Hatem dépasse l'âge de Hanane de 4 ans et la somme des carrés de leurs âges est 26. Trouve leurs âges.

7 Soit un triangle rectangle de longueurs des côtés $2x$, $2x + 1$ et $x - 11$ centimètres. Trouve la valeur de x, puis calcule le périmètre du triangle et son aire .

8 Un nombre réel dépasse son inverse de $\frac{5}{6}$. Quel est ce nombre ?

9 Si on ajoute un nombre réel à son carré, le résultat est 12. Quel est ce nombre ?

10 Deux nombres impairs consécutifs sont tels que la somme de leurs carrés est 130. Quels sont ces deux nombres ?

Exercices généraux

1 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

- **A** $x^4 - 16y^4$
- **B** $2x^5 + 54x^2$
- **C** $a^4 + 4b^4$
- **D** $x^6 - 64y^6$
- **E** $8x^3 - 125$
- **F** $3x^3 + 2x^2 + 12x + 8$

2 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

- **A** $8x^2 - 2xy - y^2$
- **B** $L^3m - 27m^4$
- **C** $625a^2 - 81b^2$
- **D** $2(x + 3y)^3 - 250$
- **E** $(c - d) + 2x(c - d) + x^2(c - d)$
- **F** $7x^2 - 29xy + 30y^2$

3 **Trouve** **une valeur du nombre c où $c \in \mathbb{Z}$, pour que l'expression donnée soit factorisable, puis factorise-la :**

- **A** $x^2 + cx - 15$
- **B** $x^2 - 7x + c$
- **C** $y^2 - cy + 29$
- **D** $a^2 + a - c$
- **E** $cx^2 + x - 15$
- **F** $cx^2 - 13x + 6$

4 **Factorise** **chacune des expressions suivantes :**

- **A** $9x^2 - 30x + 25$
- **B** $18ab^4 - 114b^2c^2a + 128ac^2$
- **C** $x^2 - 4xy + x - 2y + 4y^2$
- **D** $x^2 - 2xy + y^2 - 4z^2$

5 **Trouve** **l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :**

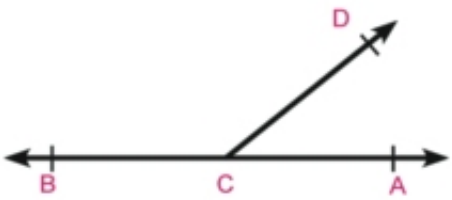
- **A** $x^2 + x = 6$
- **B** $3x^2 + 2x = 85$
- **C** $(x - 1)^2 + x = 3$
- **D** $2x^3 = 7x$

6 La somme de trois nombres entiers consécutifs est égale au carré de leur nombre médian. Trouve ces trois nombres.

7 Dans la figure ci-contre $\overrightarrow{CD} \cap \overleftrightarrow{AB} = \{C\}$

$m(\angle BCD) = (x^2)^\circ$. Si $m(\angle ACD) = (8x)^\circ$,

trouve la valeur de x.



Activité

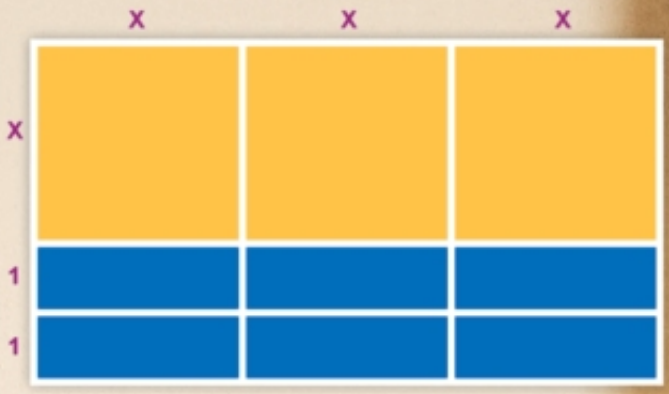
Nous pouvons utiliser les unités suivantes pour illustrer quelques problèmes de factorisation comme suit

L'aire du carré = 1

L'aire du rectangle = x

L'aire du carré = x^2

1 **La figure ci-contre a pour aire $3x^2 + 6x$**



Remarque que :

Les deux dimensions du rectangle sont $3x$ et $x + 2$

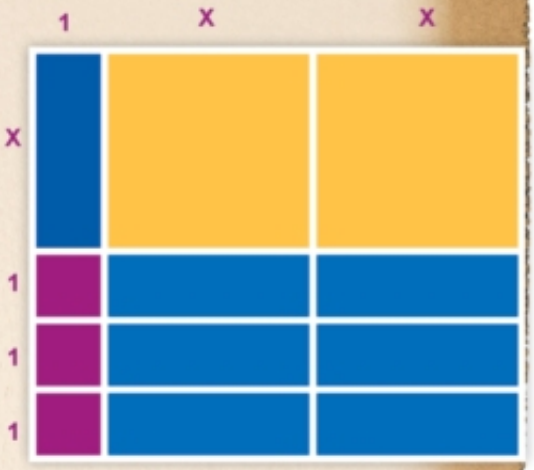
Son aire $= 3x(x + 2)$

$= 3x^2 + 6x$

2 L'aire de la figure ci-contre = ...

Les deux dimensions du rectangle sont .....

Quelle est la relation entre l'aire du rectangle et ses dimensions ?



3 Trace un rectangle ayant pour aire $3x^2 + 7x + 2$.

Epreuve de l'unité

1 Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

A L'expression $4x^2 + k + 25y^2$ est un carré parfait pour k = ...

(20 ou 10 x y ou ± 20 x y ou 30 x y)

B Si $x^2 - y^2 = 16$ et $x + y = 8$, alors x - y = ... (2 ou 1 ou 128 ou 64)

C Si $x + y = 3$ et $x^2 - x y + y^2 = 5$, alors $x^3 + y^3$ = ... (15 ou 25 ou 8 ou 7)

D L'expression $4 x^2 + 12x + a$ est un carré parfait pour a = ... (6 ou 16 ou 1 ou 9)

E Si $(2a - 5)(3a - 2) = 6a^2 + ka + 10$, alors k = ... (15 ou 19 ou -19 ou 4)

2 Complète pour obtenir des phrases correctes :

A $(4a - 5b)$ (..... - 3 b) = $8a^2$ ..... + $15 b^2$

B Si $x^2 + y^2 = 17$ et $x y = 7$, alors $(x - y)^2$ = ...

C Si l'expression $k x^2 - 10x + 1$, est un carré parfait, alors k = ...

D Si $(x + 1)$ est l'un des facteurs de l'expression $5x^2 - 2x - 7$, alors l'autre facteur est .....

E $x^3 + 8 = (x + 2)$ (.....)

3 Factorise chacune des expressions suivantes :

A $(x + 2)^3 - 4 x - 8$ B $a^2 + 2a b + b^2 - C^2$ C $2 x^2 - 5x + 3$

D $x^4 + 4 L^4$ E $8x^3 - 343 y^6$

4 Résous, dans ℝ, chacune des équations suivantes :

A $x^2 - 3x - 10 = 0$ B $3 x^2 + x = 14$ C $(2x - 1)^2 + (x - 1)^2 = 10$

5 Utilise la factorisation pour faciliter le calcul de :

A $\frac{20}{7} \times 75 - \frac{20}{7} \times 5$ B $(8,175)^2 - (1,825)^2$

C $(87)^2 + 2\times13\times87 + (13)^2$

6 Les longueurs des deux côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle sont 4 x et x + 1 centimètres. Si son aire est 84 cm², trouve la longueur de son hypoténuse.

Unité (2)

2

Puissances entières non négatives et puissances négatives dans ℝ

Leçon 1 : Puissances entières non négatives et puissances négatives dans ℝ.

Leçon 2 : Règles de calcul avec les puissances entières non négatives dans ℝ.

Leçon 3 : Règles de calcul avec les puissances entières négatives dans ℝ.

Leçon 4 : Opérations sur les puissances entières négatives dans ℝ.

Unité 2

Leçon 1

Puissances entières non négatives et puissances négatives dans $\mathbb{R}$

Réfléchis et discute

A apprendre

- ☆ la notion de puissances entières non négatives et puissances négatives.

Expressions de base

- ☆ $\mathbb{R}^*$ l'ensemble des nombres réels privé de zéro
- ☆ Puissances non négatives dans $\mathbb{R}$
- ☆ Puissances négatives dans $\mathbb{R}$
- ☆ équation exponentielle dans $\mathbb{R}$

(1) Puissances entières non négatives :

Nous avons **déjà étudié les puissances entières dans l'ensemble des nombres rationnels Q :**

Complète :

1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (.....)^{...}$
2. $\frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = (.....)^{...}$

Si $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}^+$, **alors** $a^n = a \times a \times a \times ..... \times a$

où a est répété n fois

Exemples :

1. $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^5 = 4\sqrt{2}$.
2. $-\sqrt{2} \times -\sqrt{2} \times -\sqrt{2} \times -\sqrt{2} = (-\sqrt{2})^4 = 4$
3. $-\sqrt{5} \times -\sqrt{5} \times -\sqrt{5} = (-\sqrt{5})^3 = -5\sqrt{5}$

Si $a \in \mathbb{R}^*$, **alors** $a^0 = 1$

Par exemple : $(\sqrt{7})^0 = 1$, $(\frac{-1}{\sqrt{11}})^0 = 1$

(2) Puissances entières négatives :

Réfléchis et discute

On sait que $5^3 \times 5^{-3} = 5^{3-3} = 5^0 = 1$

Complète :

$x^m \times ..... = 1$ **où** $x \neq 0$, $m \neq 0$

Si $a \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{Z}^+$

alors $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ et $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

Par exemple : $(\sqrt{3})^{-4} = \frac{1}{(\sqrt{3})^4} = \frac{1}{9}$, $\frac{1}{(-\sqrt{3})^{-3}} = (-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3}$

Pour s'entraîner

Si $x = 3$, $y = \sqrt{2}$, trouve sous la forme la plus simple la valeur de :

1. $x^{-2} y^{-4}$
2. $(x^{-2} \times y^4)^{-2}$
3. $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$

Exemples :

1. Si $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$ et $z = \frac{\sqrt{2}}{2}$, **trouve la valeur de :** $x^2 + (x\,z)^2 \times y^2$

Solution

L'expression $= x^2 + x^2 z^2 y^2 = x^2 (1 + z^2 y^2)$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times [1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2] = \frac{3}{4} \times [1 + \frac{2}{4} \times \frac{1}{3}] = \frac{3}{4} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{8}$$

Règle importante :

Si $a^m = a^n$, alors $m = n$ *pour tout* $a \in \mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$

Par exemple : Si $(\sqrt{2})^x = 2\sqrt{2}$ alors $(\sqrt{2})^x = (\sqrt{2})^3$ $\therefore x = 3$

Si $a^n = b^n$, alors $a = b$ *pour tout* $n \in \{1, 3, 5, ...\}$

et $|a| = |b|$ *pour tout* $n \in \{2, 4, 6, ...\}$

Par exemple : $x^5 = \frac{1}{32}$ alors $x^5 = (\frac{1}{2})^5$ $\therefore x = \frac{1}{2}$

2. **Trouve dans R l'ensemble solution de chacune des équations suivantes :**

A $(\frac{3}{5})^{x+2} = \frac{125}{27}$

B $(3)^{x-3} = (\sqrt{3})^{x+5}$

Solution

A $(\frac{3}{5})^{x+2} = \frac{125}{27}$ $\therefore (\frac{3}{5})^{x+2} = (\frac{5}{3})^{3}$ $\therefore (\frac{3}{5})^{x+2} = (\frac{3}{5})^{-3}$

$\therefore x + 2 = -3$ $\therefore x = -2 - 3$ $\therefore x = -5$

Donc l'ensemble-solution est {-5}

B $\because [(\sqrt{3})^2]^{(x-3)} = (\sqrt{3})^{(x+5)}$ $\therefore (\sqrt{3})^{2x-6} = (\sqrt{3})^{x+5}$

$\therefore 2x - 6 = x + 5$ $\therefore x = 11$ **L'ensemble-solution est {11}**

Pour s'entraîner

Calcul mental

Résous mentalement l'équation $\frac{1}{(x+9)^4} = 0{,}0001$. Que remarques-tu ?

Exercices (2 – 1)

[1] Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :

1. $4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3$ est égal à : **A** 4^3 **B** 4^4 **C** 4^{12} **D** 4^{81}
2. $0{,}002 \times 0{,}05$ est égal à : **A** 10^{-5} **B** 10^{-4} **C** 10^4 **D** 10^5
3. Si $x = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{3}}$, alors x^{-1} est égal à : **A** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **B** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ **C** $\sqrt{3}$ **D** 2
4. Si $5^x = 4$, alors 5^{x-1} est égal à : **A** 1,25 **B** 0,8 **C** 0,125 **D** 0,08
5. Si $(x - 5)^0 = 1$, alors $x \in$ ..... **A** $\mathbb{R} - \{5\}$ **B** $\mathbb{R} - \{-5\}$ **C** $\{5\}$ **D** $\mathbb{R}$

[2] Mets ce qui suit sous la forme la plus simple :

1. 3^{-1}
2. $(\frac{1}{4})^{-1}$
3. $(\frac{3}{2})^{-3}$
4. $(\sqrt{5})^4$
5. $(-\sqrt{3})^{-2}$
6. $(\sqrt[3]{7})^{-3}$
7. $(\frac{-1}{\sqrt{2}})^6$
8. $(0{,}01)^{-2}$
9. $(\frac{-\sqrt{2}}{2})^{-4}$

[3]

1. Si $x = 2$ et $y = \sqrt{3}$, **trouve sous la forme la plus simple la valeur de :**

   A $3(x+y)^4 (x-y)^4$ **B** $(\frac{x+y}{x-y})^{-2}$

2. **Trouve la valeur de x dans chacun des cas suivants :**

   A $3^{x-2} = 81$ **B** $(\sqrt{3})^{x-1} = 9$

   C $(32)^{x-3} = 8^{2x+1}$ **D** $25 \times 3^{x-1} = 9 \times 5^{x-1}$

Règles de calcul avec les puissances entières non négatives dans $\mathbb{R}$

Unité 2

Leçon 2

Réfléchis et discute

[1] Complète : $(\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{3})^4 = (.....)^{.....}$ **Que remarques-tu?**

Si $a \in \mathbb{R}^*$, m *et* n *sont deux nombres entiers non négatifs,*
alors : $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

Généralisation :

Si $a \in R^*$, m, n, ..., k sont des nombres entiers non négatifs,
alors : $a^m \times a^n \times ..... \times a^k = a^{m+n+.....+k}$

En utilisant la règle précédente, on trouve que : $(\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{3})^4 = (\sqrt{3})^{2+4}$
$= (\sqrt{3})^6 = 27$

[2] Complète : $(\sqrt{5})^7 \div (\sqrt{5})^3 = (.....)^{.....}$ **Que remarques-tu ?**

Si $a \in \mathbb{R}^*$, *m et n sont deux nombres entiers non négatifs tels que* $m \geqslant n$, **alors** $a^m \div a^n = a^{m-n}$

En utilisant la règle précédente, on trouve que : $(\sqrt{5})^7 \div (\sqrt{5})^3 = (\sqrt{5})^{7-3}$
$= (\sqrt{5})^4 = 25$

[3] Complète : $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^{.....} \times (.....)^{.....} = ... \times ..... = ...$

Si $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}^*$ *et si n est un nombre entier non négatif,*
alors : $(ab)^n = a^n \times b^m$

Généralisation :

Si a, b, c, ... , k sont des nombres réels non nuls et n est un nombre entier non négatif ,

alors : $(a \times b \times c \times .... \times k)^n = a^n \times b^n \times c^n \times .... \times k^n$

A apprend

- ☆ Règles de cal avec les puissar entières non néga dans **R**
- ☆ Résolution exercices liés puissances enti non négatives c **R**.

Expression de base

- ☆ puissances enti non négatives.
- ☆ ensemble nombres réels **R**.

[4] Complète : $(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}})^4 = \frac{(.....)^{.....}}{(.....)^{.....}} = \frac{.....}{.....}$

Si $a \in \mathbb{R}^*$ b et $\in \mathbb{R}^*$, $b \neq 0$ **et** $a \neq 0$, **alors** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, où n est un nombre entier non négatif

Généralisation : Si a, b, c, ... , k sont des nombres réels et n est un nombre entier non négatif, alors : $\left(\frac{a\,b\,e \times ..... \times \ell}{c\,d\,f \times ..... \times k}\right)^n = \frac{a^n b^n e^n ..... \ell^n}{c^n d^n f^n ..... k^n}$ où les facteurs du dénominateur sont non nuls.

[5] Complète : $(2^2)^3 = (.....)^{.....} \times (.....)^{.....} \times (.....)^{.....} = (.....)^{.....}$. **Que remarques-tu ?**

Si $a \in \mathbb{R}^*$, m et n sont deux nombres entiers non négatifs, **alors** $(a^m)^n = a^{m\,n}$

Généralisation : Si a , b , c , ... , k sont des nombres réels et n est un nombre entier non négatif, alors : $\left(\frac{b^m e^\ell .....}{f^k d^x .....}\right)^n = \frac{b^{nm} e^{n\ell} .....}{f^{nk} d^{nx} .....}$

où les facteurs du dénominateur sont non nuls.

Exemples :

Mets sous la forme la plus simple :

1. $\sqrt{2} \times (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^3$
2. $\left((\sqrt{2})^3 \times (-\sqrt{2})^2\right)^2$
3. $\frac{(\sqrt{3})^5 \times (\sqrt{3})^3}{(\sqrt{3})^4}$

Solution

1. $\sqrt{2} \times (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2})^{1+2+3} = (\sqrt{2})^6 = 8$

2. $\left((\sqrt{2})^3 \times (-\sqrt{2})^2\right)^2 = (2\sqrt{2} \times 2)^2 = (4\sqrt{2})^2 = 16 \times 2 = 32$

3. $\frac{(\sqrt{3})^5 \times (\sqrt{3})^3}{(\sqrt{3})^4} = (\sqrt{3})^{5+3-4} = (\sqrt{3})^4 = 9$

Exercices (2 – 2)

[1] Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :

1. Lequel des nombres suivants est le plus proche de $11^2 + 9^2$?

   A $22 + 18$ B $211 + 29$ C $120 + 20$ D $120 + 80$

2. La valeur de l'expression : $(2)^{20} + (2)^{21}$ est égale à :

   A 2×2^{40} B 2×2^{41} C 3×2^{20} D 3×2^{21}

3. La valeur de l'expression : $(3)^0 + (-\frac{1}{\sqrt{3}})^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{-27}}$ est égale à :

   A zéro B $\frac{1}{3}$ C 1 D 3

4. Le sixième de l'expression : $2^{12} \times 3^{12}$ est égale à :

   A 6^2 B 6^4 C 6^{11} D 6^{23}

5. La valeur de l'expression : $2^5 + (\sqrt{2})^{10}$ est égal à :

   A 2^6 B 2^{10} C $(\sqrt{2})^{15}$ D $(\sqrt{2})^{20}$

[2] Mets sous la forme la plus simple :

1. $(\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^4$
2. $(-\sqrt{5})^9 \div (-\sqrt{5})^5$
3. $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}\right)^4$
4. $\frac{(\sqrt{3})^7 \times (\sqrt{3})^8}{(\sqrt{3})^6}$

[3]

1. Si $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $b = -1$, trouve la valeur de $7a^6 + (1 - b)^{-3}$

2. Si $a = \sqrt{3}$ et $b = \sqrt{2}$, trouve la valeur de :

   A $a^4 - b^4$ B $\frac{a^4}{b^4}$

3. Si $x = 2\sqrt{2}$ et $y = 3$, trouve la valeur de : $(x^2 - y^2)^3$

4. Si $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^x = \frac{4}{9}$, trouve la valeur de $(\frac{3}{2})^{x+1}$

Unité 2

Leçon 3

Règles de calcul avec les puissanes entières non négatives dans $\mathbb{R}$

A apprendre

☆ Généraliser les règles de puissances entières non négatives et les puissances négatives dans **R**.

Expressions de base

☆ puissances entières négatives

☆ ensemble des nombres réels **R**.

Généralisation des règles de puissances

Si a et b $\in \mathbb{R}^*$, m et n $\in \mathbb{Z}$, alors :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $(a\,b)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $(a^m)^n = a^{m\,n}$

Remarques :

1. Si a $\in \mathbb{R}^*$ et n $\in \mathbb{Z}$, alors chacune des deux expressions a^n et a^{-n} est l'inverse de lautre et $a^n \times a^{-n} = 1$

   Exemple : $(\sqrt{3})^5 \times (\sqrt{3})^{-5} = 1$

2. Si a et b $\in \mathbb{R}^*$, n $\in \mathbb{Z}$, alors $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

Exemple : $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-5}$ **où** $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-5} = 1$

Exemples :

1. **Trouve la valeur de ce qui suit sous la forme la plus simple :**

   A $5\,(\sqrt{5})^{-1}$ B $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-4}$ C $\frac{2^{-1} \times 4}{3^{-1}}$

Solution

A $5\,(\sqrt{5})^{-1} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$

B $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{-4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{+4} = \frac{4}{9}$

C $\frac{2^{-1} \times 4}{3^{-1}} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$

2 Mets sous la forme la plus simple $\dfrac{(15)^{-2} \times (\sqrt{5})^3 \times (3)^3}{9 \times (\sqrt{5})^{-3}}$

Solution

L'expression $= \dfrac{(3)^{-2} \times (5)^{-2} \times (\sqrt{5})^3 \times (3)^3}{(3)^2 \times (\sqrt{5})^{-3}} = (3)^{-2+3-2} \times (5)^{-2} \times (\sqrt{5})^{3+3}$

$= (3)^{-1} \times (5)^{-2} \times (\sqrt{5})^6 = \dfrac{1}{3} \times (5)^{-2} \times (5)^3 = \dfrac{1}{3} \times (5)^1 = \dfrac{5}{3}$

3 Si $\dfrac{49^n \times 25^{2n} \times 3^{4n}}{7^{-n} \times 15^{4n}} = 343$, trouve la valeur de 6^{2n}

Solution

$\because \dfrac{49^n \times 25^{2n} \times 3^{4n}}{7^{-n} \times 15^{4n}} = 343$ $\quad \therefore \dfrac{7^{2n} \times 5^{4n} \times 3^{4n}}{7^{-n} \times 5^{4n} \times 3^{4n}} = 343$

$\therefore 7^{2n+n} = 343$ $\quad \therefore 7^{3n} = 7^3$

$\therefore 3n = 3$ $\quad \therefore n = 1$ $\quad \therefore 6^{2n} = 6^{2\times1} = 36$

Exercices (2 – 3)

[1] Complète ce qui suit :

1 La plus simple forme de l'expression : $2^{\text{zéro}} + (2)^{-1} - \left(\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 =$ .....

2 Si $x = (\sqrt{2} + 3)^5$, $y = (\sqrt{2} + 3)^{-5}$, alors $x\,y =$ .....

3 $a^{-4} + 1 = a^{-4}$ (..... + ...) où $a \neq 0$

4 Si $2^x \times 5^{-x} = 2{,}5$, alors $x =$ .....

5 Si $4^{x-10} = \dfrac{1}{16}$, alors $\sqrt[3]{x} =$ .....

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :

1 Si $5^x = 4$, alors 5^{x-1} est égal à : **A** 1,25 **B** 0,8 **C** 0,125 **D** 0,08

2 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^9 (\sqrt{3} - \sqrt{2})^9$ est égal à :

A 1 **B** $\sqrt{5}$ **C** $\sqrt{6}$ **D** 5

3 Si $3^x = 5$ et $\dfrac{1}{3^y} = 7$, alors $3^{x+y} =$ .....

A $\dfrac{5}{7}$ **B** $\dfrac{7}{5}$ **C** 2 **D** 12

4 Si $2^{x-1} \times 3^{1-x} = \dfrac{9}{4}$, alors $x =$ .....

A -3 **B** -1 **C** 1 **D** 3

[3] Trouve la valeur de ce qui suit sous la forme la plus simple :

1. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-5}$
2. $(\sqrt{3})^{-4} \times (-\sqrt{2})^{4}$
3. $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{5} \div \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

[4] Mets ce qui suit sous la forme la plus simple :

1. $\frac{(\sqrt{3})^{-5} \times (\sqrt{3})^{-4}}{(\sqrt{3})^{-10}}$
2. $\frac{(10)^{2} \times (10)^{-7}}{(0,1)^{2} \times 0,001}$

[5] Trouve la valeur de x dans ce qui suit :

1. $2^{x} = 32$
2. $2^{x-3} = 1$
3. $3^{x-2} = \frac{1}{9}$
4. $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \frac{8}{125}$
5. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-4} = 2\frac{1}{4}$

[6]

1. Si $3^{x} = 27$ et $4^{x+y} = 1$, trouve la valeur de x et y.
2. Si : $\frac{8^{x} \times 9^{x}}{(18)^{x}} = 64$, trouve la valeur de x puis trouve la valeur de $(4)^{-x}$
3. Mets $\frac{4^{x+1} \times 9^{2-x}}{6^{2x}}$ dans la plus simple forme, puis trouve la valeur du résultat pour x =1.

Unité 2

Leçon 4

Opérations sur les puissances entières non négatives dans ℝ

Réfléchis et discute

[1] Trouve ce qui suit sous la forme la plus simple :

1. $\dfrac{1}{(\sqrt{3})^5} \div 9\sqrt{3}$
2. $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \dfrac{(\sqrt{3})^3}{2\sqrt{2}}$

Nous avons déjà étudié que :

$\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a\,c}{b\,d}$ *(où $b \neq 0$ et $d \neq 0$)*

$\dfrac{a}{b} \div \dfrac{c}{d} = \dfrac{a\,d}{b\,c}$ *(où $b \neq 0$ et $c \neq 0$ et $d \neq 0$)*

$\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{a\,d + b\,c}{b\,d}$ *(où $b \neq 0$ et $d \neq 0$)*

$\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d} = \dfrac{a\,d - b\,c}{b\,d}$ *(où $b \neq 0$ et $d \neq 0$)*

[2] Calcule mentalement : $3 \times 2^2 - 6 \div 3 \times 5 + 4$.

Utilise une calculatrice pour vérifier le résultat.

Pour effectuer un calcul, on doit respecter les règles de priorité dans l'ordre suivant :

1. Effectuer les opérations qui sont entre parenthèses si elles existent de l'intérieur vers l'extérieur.
2. Effectuer les puissances.
3. Effectuer les multiplications et les divisions de la gauche vers la droite.
4. Effectuer les additions et les soustractions de la gauche vers la droite.

Les calculatrices respectent ces règles de priorité dans cet ordre.

A apprendre

☆ Effectuer les opérations (+ , - , ×, ÷) sur les puissances entières.

Expressions de base

☆ puissances entières non négatives.

☆ puissances entières négatives.

☆ ordre des opérations.

Exemples :

1 **Trouve le résultat de ce qui suit dans la plus simple forme :**

A $2^{-3} \times 3^{-2} \div 6^{-4}$

B $(\sqrt{5})^5 \div 5\sqrt{5} + 2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

C $\dfrac{2(\sqrt{3})^5 \div 3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + (\sqrt{3} - 1)^2}$

D $\dfrac{4 \times 3^{x+1} - 11 \times 3^{x-1}}{2 \times 3^{x} + 7 \times 3^{x-2}}$

Solution

A $2^{-3} \times 3^{-2} \div 6^{-4} = 2^{-3} \times 3^{-2} \times 6^{4}$

$= 2^{-3} \times 3^{-2} \times 2^{4} \times 3^{4} = 2^{-3+4} \times 3^{-2+4}$

$= 2^{1} \times 3^{2} = 2 \times 9 = 18$

On utilise une calculatrice pour tester la qualité du résultat trouvé comme suit :

Départ → 2 [$x^{\blacksquare}$] [(−)] 3 [×] 3 [$x^{\blacksquare}$] [(−)] 2 [÷] 6 [$x^{\blacksquare}$] [(−)] 4 [=]

B $(\sqrt{5})^5 \div 5\sqrt{5} + 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = (\sqrt{5})^5 \div (\sqrt{5})^3 + 2(\sqrt{3})^2$

$= (\sqrt{5})^{5-3} + 2 \times 3 = (\sqrt{5})^2 + 6 = 5 + 6 = 11$

2 Si $\dfrac{3^x \times 8^x}{12^{x+1}} = \dfrac{1}{3}$ trouve la valeur de x.

Solution :

$$\frac{3^x \times 2^{3x}}{(2^2 \times 3)^{x+1}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3^x \times 2^{3x}}{3^{x+1} \times 2^{2x+2}} = \frac{1}{3}$$

$$3^{x-x-1} \times 2^{3x-2x-2} = \frac{1}{3}$$

$$3^{-1} \times 2^{x-2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \times 2^{x-2} = \frac{1}{3}$$

$$2^{x-2} = 1$$

$$2^{x-2} = 2^{0}$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

3 **Si $a = \sqrt{2}$ et $b = \sqrt{3}$, trouve la valeur numérique de :**

B $\dfrac{a^3 + b^3}{a + b}$

Solution

A $\dfrac{b^4 - a^4}{b^2 + a^2} = \dfrac{(b^2 + a^2)(b^2 - a^2)}{b^2 + a^2}$

$= b^2 - a^2 = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$

B $\dfrac{a^3 + b^3}{a + b} = \dfrac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{a + b} = a^2 - ab + b^2$ $\quad (a \neq -b)$

$= (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 2 - \sqrt{6} + 3 = 5 - \sqrt{6}$

Pour s'entraîner

1 Si $\dfrac{6^{2n} \times 2^{2n}}{4^{2n} \times 3^{2n+3}} = 9^{-x}$, détermine la valeur de x.

2 **En lien avec les affaires commerciales.**

Pour calculer des intérêts composés annuellement, on utilise la formule $S = m(1 + r)^n$ où S est la somme finale du capital m en Livres, r est l'intérêt annuel d'une Livre et n est le nombre d'années, calculer S à une Livre près si $m = 2{,}5 \times 10^4$, $b = 9{,}8 \times 10^{-2}$ et $n = 12$.

Exercices généraux

[1] Complète ce qui suit :

1. La plus simple forme de l'expression : $2^{-3} \times 2^{-2} \div 4^{-3} =$ .....
2. La plus simple forme de l'expression : $(3^{-2})^{3} \div 9^{-3} \times (-2)^{-1} =$ .....
3. La plus simple forme de l'expression : $4^{3} \times 3^{-2} \times (\sqrt[3]{-8})^{-5} =$ .....
4. Si : $3^{x} + 3^{x} + 3^{x} = 1$, alors $x =$ .....
5. Si $\frac{2^{x} \times 3^{x}}{(12)^{x}} = \frac{1}{2}$, alors $x =$ .....

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :

1. L'expression : $\frac{3^{x} \times 3^{x} \times 3^{x}}{3^{x} + 3^{x} + 3^{x}}$ est égale à :

   A 3^{2x-1} B 3^{1-2x} C 3^{x^3-3x} D 3^{3x-x^3}

2. La valeur numérique de l'expression $\frac{2^{2n+1} \times 5^{2n+1}}{10^{2n}}$ est égale à :

   A $\frac{1}{10}$ B 7 C 10 D 100

3. $(5^{x+2} - 5^{x+1}) \div 5^{x} =$

   A 5 B 10 C 15 D 20

4. La valeur de x qui vérifie l'équation : $2^{x} + 2^{x+1} = \frac{3}{2}$ est :

   A -2 B -1 C 1 D 2

[3]

1. Si $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$, trouve la valeur de $\frac{x^{7} y^{8} - y}{(x+y)^{9}}$ dans la plus simple forme .

2. Si $\frac{8^{x} \times 9^{x}}{18^{x}} = 64$ trouve la valeur de : $(4)^{-x}$

3 Simplifie : $\dfrac{4^{x+1} \times 9^{2-x}}{6^{2x}}$, puis trouve sa valeur si $x = 1$

4 (En lien avec la géométrie) Si l'aire totale d'un cube est égale à $3{,}375 \times 10^2$ cm^2,

trouve : **A** la longueur de l'arête du cube.

B le volume du cube.

5 (En lien avec la géométrie) Si le volume d'un cône circulaire droit est donné par la formule $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, trouve la hauteur d'un cône h sachant que son volume est $7{,}7 \times 10^2$ cm^3 et la longueur du diamètre de sa base est 14 cm. [prendre $\pi = \frac{22}{7}$]

6 (En lien avec la géométrie) Si le volume d'une sphère est donné par la formule $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, trouve la longueur du rayon d'une sphère de volume $3{,}8808 \times 10^4$cm^3 . [prendre $\pi = \frac{22}{7}$]

7 Si : $S = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$, $a = 128$, $r = \frac{3}{2}$ et $S = 6{,}305 \times 10^3$, trouve la valeur de n.

En lien avec la technologie

Pour trouver la valeur de l'expression : $\dfrac{(15)^{-2} \times (\sqrt{5})^3 \times (3)^3}{9 \times (\sqrt{5})^{-3}}$ (le résultat $= \frac{5}{3}$)

Indication

On suit les étapes suivantes en utilisant une calculatrice scientifique :

Départ → 15 [$x^{\blacksquare}$] [(−)] 2 [×] [√■] 5 [$x^{\blacksquare}$] 3 [×] 3 [$x^{\blacksquare}$] 3

[=] [÷] [(] 9 [×] [√■] 5 [$x^{\blacksquare}$] [(−)] 3 [)] [=]

Activité

1. **Mets sous la forme la plus simple :** $(\sqrt{3}+2)^{11}(\sqrt{3}-2)^{11}$

2. *Si* **a=** $\sqrt{7}$ **et b =** $(\sqrt{7})^{-1}$**, trouve la valeur de :** $a^{101}\,b^{100}$

3. *Trouve* le résultat dans la plus simple forme :

$$\frac{1}{1-\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}-\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{9}}+\frac{1}{\sqrt{9}-\sqrt{11}}-\frac{1}{\sqrt{11}-\sqrt{13}}+\frac{1}{\sqrt{13}-\sqrt{15}}$$

Indication : Multiplie chaque fraction par son conjugué.

Epreuve de l'unité

[1] Choisis la bonne réponse parmi les réponses proposées :

1. Le chiffre des unités du nombre $3^{12}\times 2^{14}$ est : **A** 2 **B** 3 **C** 4 **D** 6 **E** 8

2. Si : $x\neq 0$, $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$, alors $x^2+\frac{1}{x^2}=$..... **A** 1 **B** 3 **C** 5 **D** 7 **E** 9

3. Combien y a-il de nombres composés des chiffres paires compris entre 1000 et 9999 ?

A 3×5^3 **B** 4×5^3 **C** 3×5^4 **D** 4×5^4 **E** 5×5^4

[2]

1. **Mets sous la forme la plus simple :**

A $((-5)^3)^2(-\sqrt{5})^{-4}$ **B** $\dfrac{8^{n-1}\times 32^{-n}}{32\times 4^{-n}}$ **C** $\dfrac{8\times 2^{2x}+2\times(2^x)^2}{\frac{3}{2}\times 2^{2x}-2^x\times 2^x}$

2. **Trouve la valeur de x dans ce qui suit :**

A $(\frac{2}{3})^{x+5}=(3\frac{3}{8})^{-2}$ **B** $5^{x^2-5x}=0{,}0016$

3. Si $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^x=\frac{4}{9}$, trouve la valeur de : $\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}$

4. **La population : Le nombre d'habitants y en millions d'un pays est donné par la formule :**
$(y) = 11{,}7\,(1{,}02)^x$ où x est le nombre d'années à partir de l'an 2005.
Trouve le nombre d'habitants prevu de ce pays à un million d'habitants près :

A en l'an 2011. **B** en l'an 2000.

Unité

3

Probabilité

Unité 3

Leçon 1

Probabilité

Réfléchis et discute

A apprendre :

- Sens de l'inférence statistique.
- Notion d'un échantillon.
- Expérience aléatoire.
- Ressources des échantillons.
- Evénement.
- Notion de la probabilité.
- Estimation.

Expressions de base :

- échantillon
- expérience aléatoire
- échantillons et ressources.
- événement.
- Probabilité.
- Prédiction.

Nous avons déjà étudié quelques moyens statistiques utilisés pour collecter et organiser les données d'un phénomène quelconque, pour les présenter dans un tableau des effectifs ou des effectifs cumulés croissants ou des effectifs cumulés décroissants.

Ensuite, les représenter par un histogramme ou un polygone des effectifs ou par une courbe des effectifs ou par d'autres moyens de présentation.

Nous avons pu exprimer des données de manières simplifiées en calculant la moyenne arithmétique, le médian et le mode dans des inférences statistiques afin de prendre des décisions adéquates.

L'inférence statistique :

Réfléchis :

Avant de construire une usine ou de monter un projet d'investissement, on fait une étude de rentabilité économique du projet.

Lors de l'examen de la qualité d'une production d'une usine, on a constaté que 2 % de la production d'une machine n'est pas conforme aux normes de qualité exigées. Que signifie ce fait ?

L'étude de rentabilité d'un projet est un travail qui permet de donner des indices sur la réussite du projet et l'atteinte de ses objectifs. Nous émettons des hypothèses sur le projet, sur le volume de la main d'ouvre et sur les lieux de marketing de la production. Ensuite, nous étudions ces hypothèses pour prendre les décisions convenables concernant ce projet.

2 % de la production d'une machine n'est pas conforme aux normes de qualité exigées ne signifie pas forcement que parme 100 unités produites par la machine, on trouve deux unités abîmées. Cela signifie que, dans certains cas, on trouve peut-être trois ou quatre unités abîmées et dans d'autres cas aucune unité abîmée. Le rapport 2 % représente la moyenne des nombres d'unités abîmées lors de l'examen d'un grand nombre d'échantillons de 100 chacun.

Pour cela on trouve que :

L'inférence statistique est basée sur l'idée de choisir un échantillon de la population en cours d'études, puis de faire une recherche sur cet échantillon pour obtenir des résultats qui peuvent être généralisables sur toute la population étudiée.

Réfléchis :

Quelles sont les différentes sortes d'échantillons ? Comment peut-on choisir un échantillon aléatoire ? Pourquoi utilise-t-on des échantillons ?

La notion d'échantillonnage :

Un échantillon est une petite partie d'une population qui la représente. Il doit être choisi d'une manière aléatoire et proche de la réalité. Il est utilisé pour faciliter le recueil de données sur la population en cours d'étude. Nous pouvons prendre des décisions à partir des résultats de l'étude sur l'échantillon et généraliser ces résultats sur la population entière.

La probabilité est utilisée pour prendre une décision de l'ensemble des avalables décisions favorables concernant le problème par d'études de certain phénomènes de cas d'incertain ou des informations non complètes.

La probabilité :

Nous avons déjà abordé la probabilité expérimentale. Cette probabilité est basée sur la réalisation d'expériences pratiques et la notation des résultats. Dans ce cas, la probabilité est calculée par la formule :

$$\text{Probabilité d'un événement} = \frac{\text{Le nombre de fois où l'événement se réalise}}{\text{Le nombre de tous les résultats possibles}}$$

Si le nombre d'expériences augmente, la probabilité expérimentale s'approche de la probabilité théorique. Dans ce cas :

Le nombre de fois où un événement se réalise = La probabilité de la réalisation de cet événement × le nombre de tous les événements possibles.

La probabilité théorique s'appuie sur le principe de l'égalité des chances ou l'égalité des possibilités. Par exemple :

1. Si on jette au hasard une pièce de monnaie non pipée, la probabilité pour que pile (P) apparaisse est égale à la probabilité pour que face (F) apparaisse.
2. Si on jette au hasard un dé non pipé et on observe le nombre inscrit sur la face supérieure, on trouve que les nombres inscrits sur toutes les faces ont la même chance d'apparaître.
3. Si on tire au hasard une boule d'un sac qui contient un ensemble de boules coloriées de même volume et dont le nombre de boules de chaque couleur est le même, toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées.
4. Si on tire au hasard une carte d'un ensemble de cartes, ……

Une expérience aléatoire :	**C'est une expérience dont on peut déterminer à l'avance tous les résultats possibles mais dont on ne peut pas déterminer le résultat exact avant sa réalisation.**
Un espace des éventualités (E) :	**C'est l'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire. Le nombre d'éléments de cet ensemble est noté n(E).**
Un événement :	**C'est un sous ensemble de l'espace des éventualités. Si A est un événement de E, alors A ⊂ E, le nombre de ses éléments n(A) est le nombre de chances que l'événement A se réalise.**

Notons : La probabilité pour qu'un événement A se réalise où A ⊂ E est noté P(A),
D'où :

$$P(A) = \frac{\text{Le nombre d'éléments de l' événement (A)}}{\text{Le nombre d'éléments de l'espace des éventualités}} = \frac{n(A)}{n(E)}$$

Remarque que : $\because n(A) \leqslant n(E)$ $\therefore \frac{n(A)}{n(E)} \leqslant 1$

$\because n(A) \in N, n(E) \in Z^+$ $\therefore \frac{n(A)}{n(E)} \geqslant 0$

$\therefore 0 \leqslant \frac{n(A)}{n(E)} \leqslant 1$ **Par conséquent** $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$

Exemple (1) :

On tire au hasard une carte parmi 24 cartes, bien mélangées, numérotées de 1 à 24.
Calcule la probabilité pour que la carte tirée porte un nombre :

A multiple de 4	**B** multiple de 6
C multiple de 4 et de 6 à la fois	**D** multiple de 4 ou de 6
E divisible par 25	**F** entier positif inférieur à 25

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24

Solution

L'espace des éventualités = { 1 , 2 , 3 , ... , 24}
n (E) = 24

A Soit A l'événement « la carte tirée porte un nombre multiple de 4 »

$\therefore$ A = {4 , 8 , 12 , 16 , 20 , 24}

n(A) = 6

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

B Soit B l'événement « la carte tirée porte un nombre multiple de 6 »

B = {6 , 12 , 18 , 24} , n(B) = 4

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

C Soit C l'événement « la carte tirée porte un nombre multiple de 4 et de 6 à la fois »

C = { 12 , 24} , n (C) = 2

$P(C) = \frac{n(C)}{n(E)} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

D Soit D l'événement « la carte tirée porte un nombre multiple de 4 ou de 6 ».

D = {4 , 8 , 12 , 16 , 20 , 24 , 6 , 18}

n (D) = 8

$P(D) = \frac{n(D)}{n(E)} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

E Soit X l'événement « la carte tirée porte un nombre divisible par 25 ».

X = ∅, n (X) = 0

$\therefore$ P (X) = zéro

F Soit F l'événement « la carte tirée porte un nombre entier positif inférieur à 25 ».

F = {1 , 2 , 3 , ... , 24}

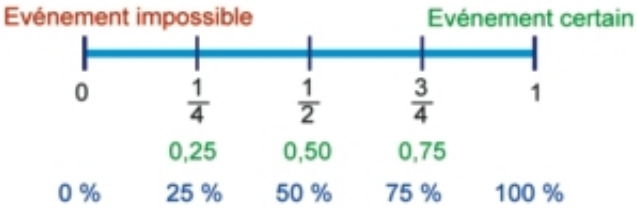
$\therefore$ n (F) = 24 = n (E)

$P(E) = \frac{n(E)}{n(E)} = \frac{n(E)}{n(E)} = 1$

Dans l'exemple précédent, on remarque que :

1. L'événement impossible (∅) est un événement qui ne peut pas se réaliser.
   La probabilité d'un événement impossible = 0
2. L'événement certain est un événement qui se réalise quel que soit le résultat de l'expérience
   La probabilité d'un événement certain = 1

La figure ci-contre illustre les résultats précédents où P(A) ∈ [0, 1]
Nous pouvons écrire la probabilité sous la forme d'une fraction décimale ou d'un pourcentage.



Pour t'entraîner :

1 Une boîte contient 40 cartes, bien mélangées, numérotées de 1 à 40. On tire au hasard une carte. Calcule la probabilité pour que la carte tirée porte :

- **A** un nombre pair.
- **B** un nombre divisible par 3.
- **C** un nombre non divisible par 10.
- **D** un nombre pair et divisible par 3.
- **E** un nombre premier et inférieur à 20.

2 Une boîte contient 12 boules rouges, 18 boules blanches et 20 boules bleues. On tire au hasard une boule. **Calcule la probabilité pour que :**

- **A** la boule tirée soit blanche.
- **B** la boule tirée soit rouge.
- **C** la boule tirée soit jaune.
- **D** a boule tirée soit non rouge.
- **E** la boule tirée soit rouge ou bleue.

Exemple (2)

Lors d'un sondage d'opinion fait par une entreprise de produits lessives, on a interrogé un groupe de 300 femmes qui utilisent le produit de cette entreprise sur le poids du produit qu'elles préfèrent acheter. Voici les résultats :

Poids en kilogrammes	125	250	375	500	Total
Nombre de femmes	120	45	96	39	300

I: Si on choisit une femme au hasard, quelle est la probabilité pour que le poids qu'elle préfère acheter soit :

- **A** 125 g
- **B** 250 g
- **C** 375 g
- **D** 500 g

II: Quel conseil donnes-tu au directeur de l'entreprise d'après les résultats de ce sondage ?

Solution

(1) **A** La probabilité pour qu'une femme achète le produit de 125 g =

$$\frac{120}{300} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 0,4 = 4\ \%$$

B La probabilité pour qu'une femme achète le produit de 250 g =

$$\frac{45}{300} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} = 0,15 = 15\ \%$$

C La probabilité pour qu'une femme achète le produit de 375 g =

$$\frac{96}{300} = \frac{32}{100} = \frac{8}{25} = 0,32 = 32\ \%$$

D La probabilité pour qu'une femme achète le produit de 500 g =

$$\frac{39}{300} = \frac{13}{100} = 0,13 = 13\ \%$$

Remarque que :

Nous pouvons écrire la probabilité sous forme d'un pourcentage ou d'une fraction ou d'une fraction décimale.

Par exemple, si la probabilité = $\frac{3}{20}$, donc la probabilité = $\frac{3}{20} \times (100)\ \% = 15\%$

(2) Rédige tes conseils au directeur de l'entreprise, puis discute avec tes camarades et conserve ces conseils dans ton portfolio.

Pour t'entraîner :

Le tableau suivant montre les résultats d'un sondage d'opinion sur les moyens de transports utilisés par les élèves d'un groupe pour se rendre à leurs écoles :

Moyen de transport	Autobus	Voiture	Vélo	A pieds
Nombre d'élèves	3	12	24	66

Si on choisit un élève au hasard, calcule sous forme d'un pourcentage la probabilité pour que cet élève aille à l'école :

A en autobus. **B** en voiture. **C** en vélo. **D** à pieds.

Exemple (3)

Une compagnie d'assurance-vie a constaté que dans un échantillon de 10000 hommes ayant un âge compris entre 40 et 50 ans, 67 sont morts durant une année.

A Quelle est la probabilité pour qu'un homme ayant un âge compris entre 40 et 50 ans meurt durant cette année ?

B Pourquoi les compagnies d'assurance s'intéressent-elles à ce genre de résultats ?

C Si la compagnie d'assurance-vie propose des assurances pour 50000 hommes ayant un âge compris entre 40 et 50 ans, à combien de cas la compagnie doit-elle payer la prime durant une année ?

Solution

A La probabilité de mortalité = $\frac{67}{10000}$ = 0,0067

B Les compagnies d'assurance s'intéressent à la probabilité expérimentale pour déterminer les primes à verser.

C Le nombre de décès attendus durant une année = le nombre total de personnes assurés × la probabilité de mortalité = 50000 × 0,0067 = 335

Pour t'entraîner :

Une usine produit des lampes électriques. Sur la production de 300 lampes, 18 lampes sont abîmées.

A Quelle est la probabilité pour qu'une lampe soit abîmée ?

B Quelle est la probabilité pour qu'une lampe soit en bon état ?

C Peut-on avoir une lampe qui soit abîmée et en bon état à la fois ?

D Calcule la somme de la probabilité pour qu'une lampe soit abîmée et de la probabilité pour qu'une lampe soit en bon état. Que remarques-tu ?

E Si la production quotidienne de cette usine est de 1600 lampes, quel est le nombre de lampes en bon état produit par jour ?

Exercices généraux

1 Pendant l'entraînement d'une équipe de football, dans le cadre de sa préparation pour le match final du tournoi, un joueur a lancé le ballon 15 fois pour marquer 12 buts et un autre joueur a lancé le ballon 12 fois pour marquer 9 buts. Lequel des deux joueurs l'entraîneur de l'équipe doit-il choisir ? Pourquoi ?

2 Une usine produit des calculatrices. Lors de l'examen d'un échantillon aléatoire de 200 calculatrices, on a trouvé que 6 % des calculatrices de l'échantillon sont abimées.

A Quelle est le nombre de calculatrices abimées dans cet échantillon ?

B Si la production de cette usine, en ce mois, est de 1500 calculatrices, quel est le nombre de calculatrices vendables ?

3 Une usine qui produit deux sortes de chemises a effectué une étude pour adapter sa production selon les demandes du marché. Dans cette étude, on a visité 5 lieux de vente différents. Dans chaque lieu, on a choisi, au hasard, un échantillon de 100 chemises. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Lieu	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Vente de la première sorte	39	82	34	22	53
Vente de la deuxième sorte	61	18	66	78	47

A Quelle est la sorte la plus vendue ? Quels conseils donnes-tu à l'usine ?

B Si la production totale de l'usine est 4000 chemises, que peux-tu prédire sur le nombre de chemises de la première sorte ?

4 Le tableau ci-contre montre les mentions de 50 élèves d'une classe en un mois. On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité pour qu'il ait :

Mention	Nombre d'élèves
Très bien	6
Bien	9
Assez bien	11
Passable	16
Insuffisant	8

A la mention Très bien

B la mention Bien

C la mention Insuffisant

D une mention inférieur à bien

5 Une équipe joue 30 matches de football dans un tournoi. La probabilité des matches nuls est 0,3 et la probabilité des matches gagnés par l'équipe est 0,6.

Trouve :

A le nombre de matches dans lesquels l'équipe peut sortir à égalité.

B le nombre de matches dans lesquels l'équipe peut sortir perdante.

6 Dans la ville du 10 Ramadan, une usine pour vêtements produit 6000 pièces par jour. Pour tester la qualité, on a choisi au hasard, un échantillon de 1000 pièces, parmi lesquelles 20 pièces présentant des défauts. Quel est le nombre de pièces, produites par jour, présentant des défauts ?

Activité

Lors d'un sondage d'opinion, on a interrogé 100 étudiants sur le sport qu'ils préfèrent pratiquer. Voici les résultats.

Jeu préféré	Nombre d'étudiants
Football	44
Basket-ball	27
Athlétisme	12
Tennis de table	4
Hockey	13

1. Trouve la probabilité pour qu'un étudiant préfère pratiquer :
   - A le football
   - B le basketball
   - C l'athlétisme
   - D le tennis de table
   - E le hockey
2. Si le nombre d'étudiants est 600, quel est le nombre d'étudiants qui peuvent pratiquer le hockey ?

Epreuve de l'unité

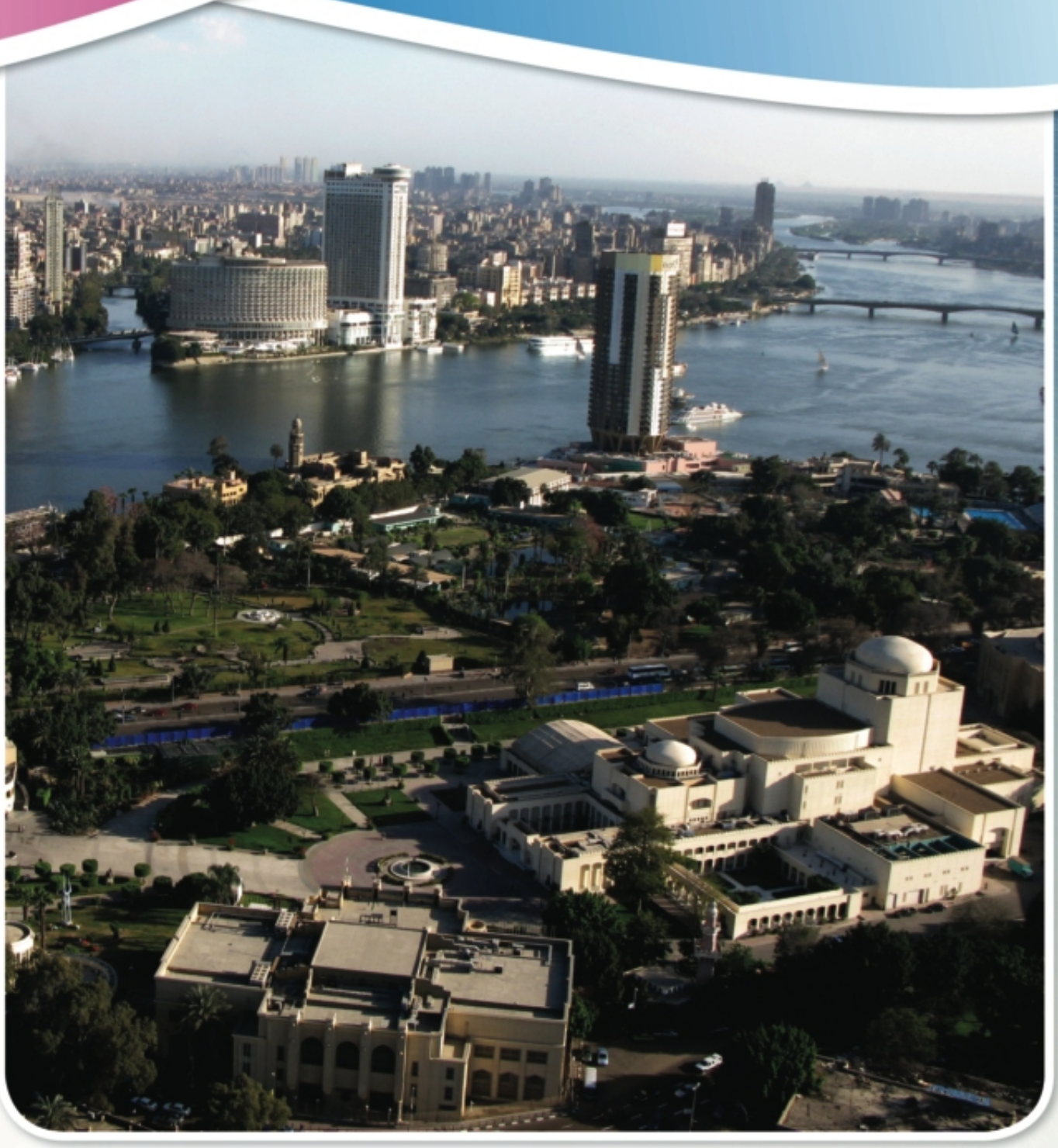
1. Dans un projet d'exportation d'agrumes, 30 % des fruits ne répondent pas au critère de la taille. Combien de tonnes l'usine peut-elle exporter en dix jours sachant qu'elle reçoit 20 tonnes d'agrumes par jour ?

2. Un sac contient 32 boules d'une même sorte et de même volume. Certaines sont rouges, d'autres sont blanches, d'autres sont vertes et les boules restantes sont jaunes. Si la probabilité de tirer une boule rouge au hasard est $\frac{3}{8}$, quelle est le nombre de boules rouges dans le sac ?

Unité

4

Aires



Unité 4

Leçon 1

Parallélogrammes de même aire

Réfléchis et discute

A apprendre :

- Conditions d'égalité d'aires de deux parallélogrammes.
- Conditions d'égalité d'aires d'un parallélogramme et d'un rectangle.
- Comment trouver l'aire d'un parallélogramme.
- Relation entre l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un triangle ayant une base commune et situés entre deux droites parallèles
- Comment trouver l'aire d'un triangle.

Expressions de base :

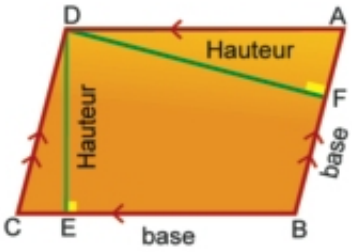
- aire
- parallélogramme
- rectangle
- triangle
- base
- hauteur
- deux droites parallèles

D'après tes connaissances sur le parallélogramme, réponds aux questions suivantes :

- Quelle est la définition d'un parallélogramme ?
- Quelles sont les propriétés d'un parallélogramme ?
- Est-ce que la distance entre deux droites parallèles est constante ? Explique ta réponse en donnant des exemples de la vie quotidienne.
- Est-ce que le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes ? Pourquoi ?

La hauteur d'un parallélogramme :

Dans la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme.



Si on considère $\overline{BC}$ une base

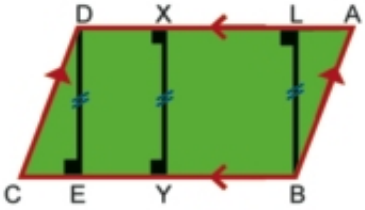
et si $\overline{DE} \perp \overline{BC}$, alors :

la longueur de $\overline{DE}$ est la hauteur correspondante à la base $\overline{BC}$.

Si on considère $\overline{AB}$ une base du parallélogramme et si $\overline{DF} \perp \overline{AB}$, alors :

la longueur de $\overline{DF}$ est la hauteur correspondante à la base $\overline{AB}$.

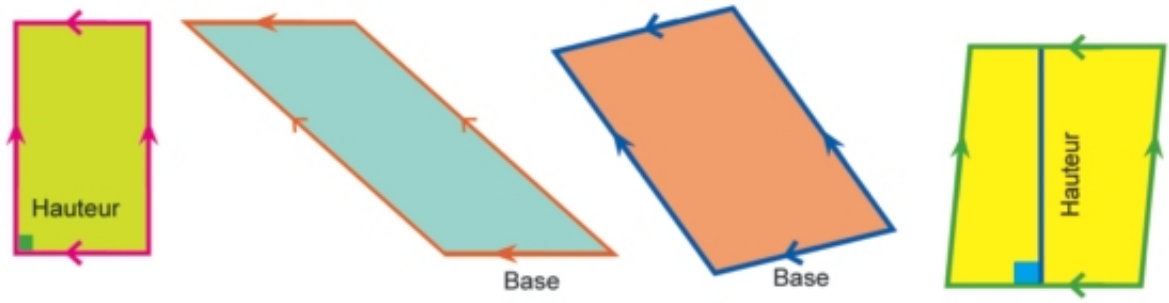
Remarque que : la hauteur du parallélogramme correspondante à la base $\overline{BC}$ est égale à la longueur de $\overline{DE}$ où :



D E = X Y = B L. Pourquoi ?

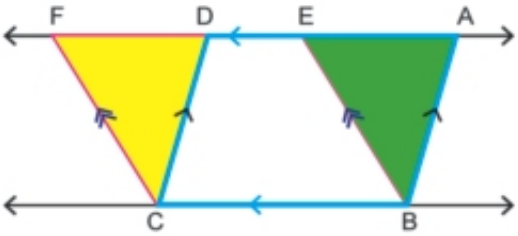
Pour s'entraîner :

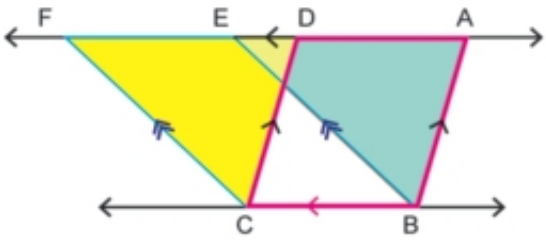
Détermine la base et la hauteur correspondante pour chacun des parallélogrammes suivants :



Théorème 1

Deux parallélogrammes ayant une base commune et les côtés opposés à cette base,situés sur une même droite ont la même aire.





Hypothèses : ABCD et EBCF sont deux parallélogrammes, $\overline{BC}$ est une base commune, $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{AF}$.

Conclusion : Démontre que l'aire du ▱ ABCD = l'aire du ▱ EBCF

Démonstration : ∵ △ DCF est limage de △ ABE **par la translation de distance BC dans la direction de $\overrightarrow{BC}$**

∴ △ DCF ≡ ABE **car la translation est une isométrie.**

∴ l'aire de la figure ABCF - l'aire △ DCF = l'aire de la figure ABCF - l'aire △ ABE

∴ l'aire du ▱ ABCD = l'aire du ▱ EBCF

Ce qu'il fallait démontrer

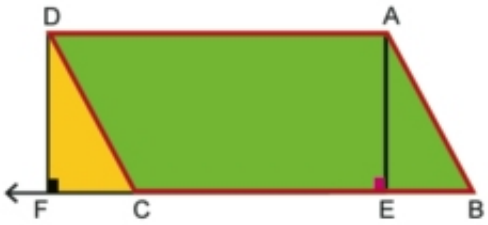
Réfléchissons :

Dans la figure ci-contre :

ABCD est un parallélogramme, $\overline{AE} \perp \overline{BC}$.

Si $\overline{DF} \perp \overrightarrow{BC}$, alors : △ DCF est l'image de △ ABE par la translation de distance .....

dans la direction de .....



Quelle est la relation entre l'aire du parallélogramme ABCD et l'aire du rectangle AEFD ?

Corollaires :

Corollaire (1)

Si un parallélogramme et un rectangle ont une base commune et les côtés opposés à cette base sont situés sur une même droite, alors ils ont la même aire.

Remarque que :

L'aire d'un rectangle = longueur × largeur

L'aire du rectangle AEFD = E F × A E = B C × A E. Pourquoi ?

L'aire du parallélogramme ABCD = B C × A E

Corollaire (2)

L'aire d'un parallélogramme = longueur d'une base × hauteur correspondante

Remarque que :

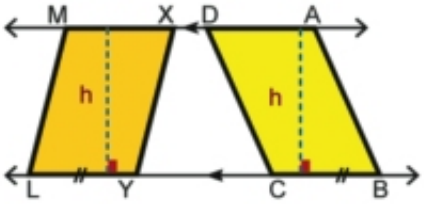
La distance entre deux droites parallèles est constante.

Si B C = Y L, alors :

L'aire du ▱ ABCD = BC × .....

L'aire du ▱ XYLM = YL × .....

Que peux-tu déduire ?



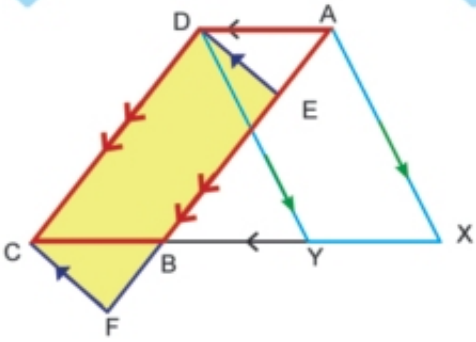
Corollaire (3)

Les parallélogrammes situés entre deux droites parallèles et ayant des bases de même longueur situées sur l'une de ces droites parallèles, ont la même aire.

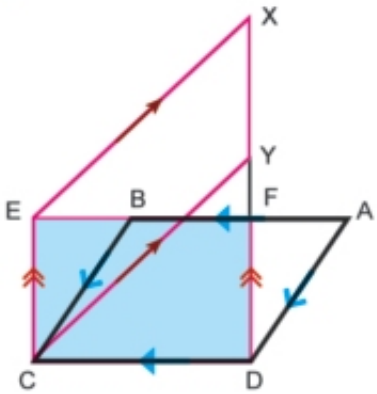
Pour s'entraîner :

1 **Dans chacune des figures suivantes, montre que les trois parallélogrammes ont la même aire :**

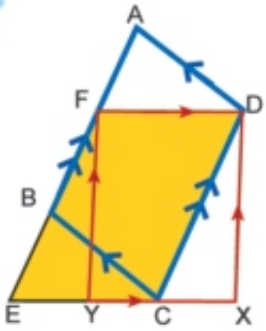
A



B

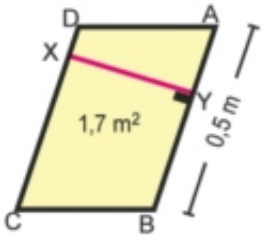


C

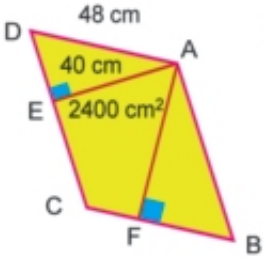


2 **Complète :**

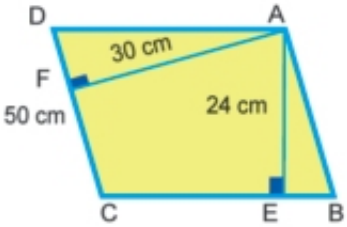
A



B



C



XY = ...

D C = ...

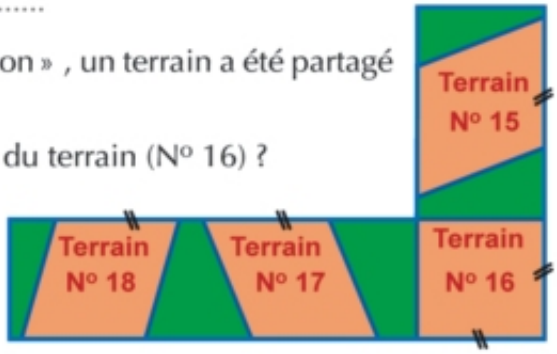
A F = ...

B C = ...

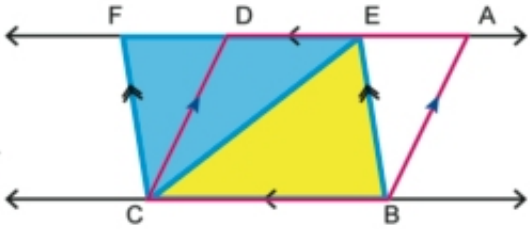
3 Dans le cadre du projet « Construis ta maison » , un terrain a été partagé comme le montre la figure ci-contre

Est-ce que l'aire du terrain (Nº 15) = l'aire du terrain (Nº 16) ?

Cite les numéros des terrains ayant la même aire en justifiant ta réponse.



Réfléchissons :



Dans la figure ci-contre : $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{AF}$,
ABCD et EBCF sont deux parallélogrammes, $\overline{EC}$ est une diagonale du parallélogramme EBCF

∴ **L'aire de** △ EBC = ... L'aire du ▱ EBCF

∴ **L'aire du** ▱ EBCF = L'aire de .....

∴ **L'aire** △ EBC = ... L'aire du ▱ ABCD

Corollaire (4)

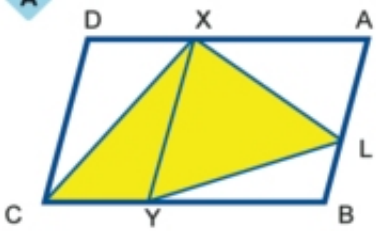
Si un parallélogramme et un triangle sont situés entre deux droites parallèles et ont une base commune, située sur l'une des deux droites, alors l'aire du triangle est égale à la moitié de celle du parallélogramme.

Pour s'entraîner :

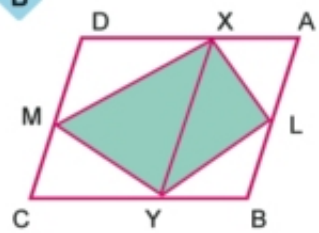
Dans chacune des figures suivantes $\overline{XY} \parallel \overleftrightarrow{AB}$.

Démontre que l'aire de la figure coloriée est égale à la moitié de l'aire du parallélogramme ABCD.

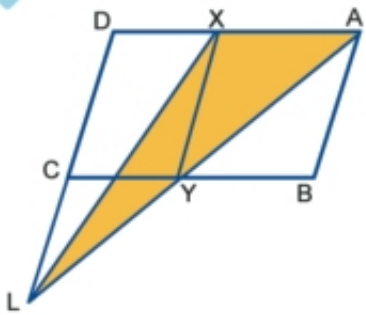
A



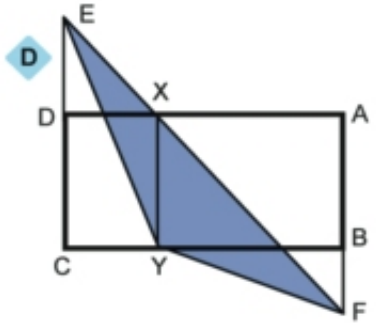
B



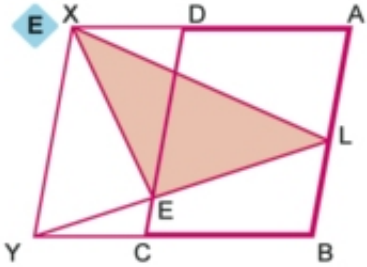
C



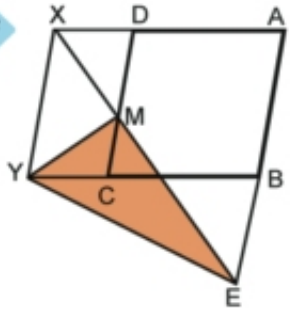
D



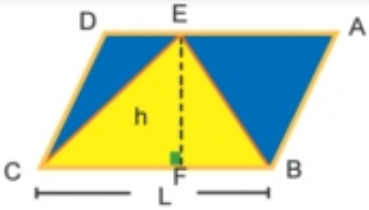
E



F



Réfléchissons :



Dans la figure ci-contre :

ABCD est un parallélogramme

L'aire du △ EBC = ... aire du ▱ ABCD

= .....×.....×.....

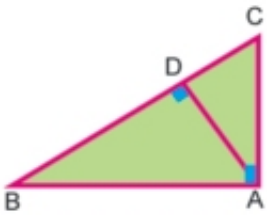
Corollaire 5

L'aire d'un triangle = $\frac{1}{2}$ × longueur d'une base × hauteur correspondante

Remarque que :

1. La hauteur d'un triangle est la longueur du segment perpendiculaire abaissé de l'un de ses sommets à la base opposée au sommet.
2. Les droites contenant les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Pour s'entraîner :



1. **Dans la figure ci-contre :** ABC est un triangle rectangle en A, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

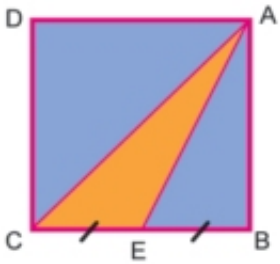
Complète :

L'aire du △ ABC = $\frac{1}{2}$ AB × .....

L'aire du △ ABC = $\frac{1}{2}$ BC × .....

∴ AB × ..... = BC × .....

Si AB = 4 cm et AC = 3 cm, quelle est la longueur de $\overline{AD}$? .....



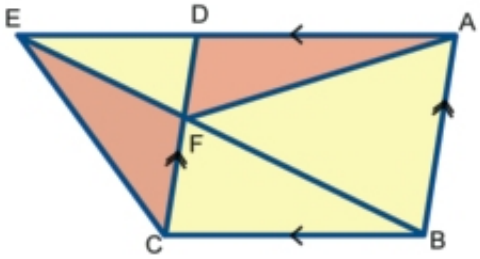
2. **Dans la figure ci-contre :** ABCD est un carré de périmètre 24 cm, E est le milieu de $\overline{BC}$.

Complète :

AB = ... cm , CE = ... cm

L'aire du △ AEC = ... cm^2

Exemple



Dans la figure ci-contre :
ABCD est un parallélogramme, E $\in \overrightarrow{AD}$,
$\overline{BE} \cap \overline{CD} = \{F\}$

Démontre que l'aire du $\triangle$ AFD = l'aire du $\triangle$ EFC

Solution

Hypothèses : ▱ ABCD, $\overline{BE} \cap \overline{CD} = \{F\}$

Conclusion : Démontrer que l'aire du $\triangle$ AFD = l'aire du $\triangle$ EFC

Démonstration : $\because$ l'aire du $\triangle$ AFB = $\frac{1}{2}$ l'aire du ▱ ABCD **(Corollaire)**

$\therefore$ l'aire du $\triangle$ AFD + l'aire du $\triangle$ BFC = $\frac{1}{2}$ l'aire du ▱ ABCD **(1)**

$\because$ l'aire du $\triangle$ EBC = $\frac{1}{2}$ l'aire du ▱ ABCD **(Corollaire)**

$\therefore$ l'aire du EFC + l'aire du $\triangle$ BFC = $\frac{1}{2}$ l'aire du ▱ ABCD **(2)**

De **(1)** et **(2),** on déduit que :

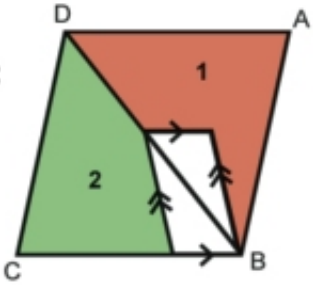
l'aire du $\triangle$ AFD = l'aire du $\triangle$ EFC

(Ce qu'il fallait démontrer)

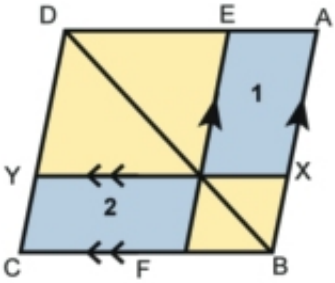
Réfléchissons

Dans chacune des deux figures :
ABCD est un parallélogramme.

Pourquoi l'aire de la figure (1) est égale à l'aire de la figure (2) ?



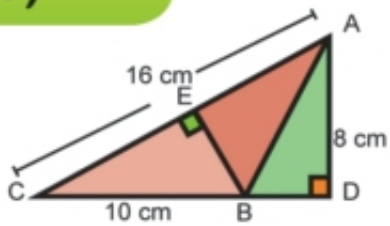
(A)



(B)

Exercices (4 - 1)

1 **Dans la figure ci-contre :**

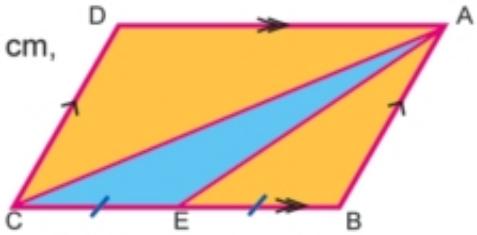


$\overline{AD} \perp \overrightarrow{CB}$, $\overline{BE} \perp \overline{AC}$, A C = 16 cm.
B C = 10 cm, A D = 8 cm.

Calcule: (a) l'aire du △ ABC

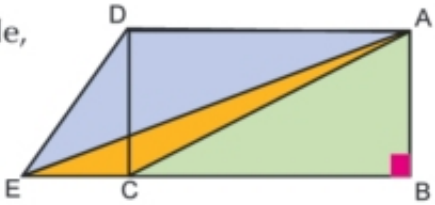
(b) la longueur de $\overline{BE}$

2 **Dans la figure ci-contre :**



ABCD est un parallélogramme de périmètre 48 cm,
BC = 2 AB, l'aire du △ ABC = 56 cm^2,
E est le milieu de $\overline{BC}$. **Calcule :**
a) les hauteurs du parallélogramme ABCD
b) l'aire du △ AEC

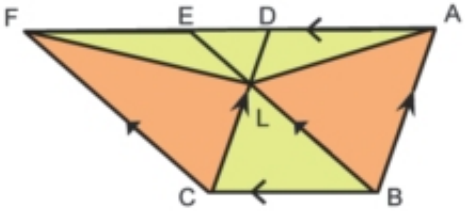
3 **Dans la figure ci-contre :** ABCD est un rectangle,



$E \in \overrightarrow{BC}$.

Démontre que :
l'aire du △ DAE = l'aire du △ ABC

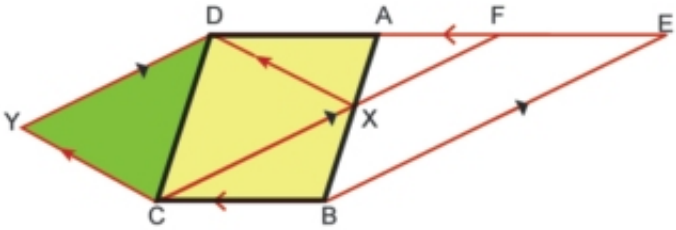
4 **Dans la figure ci-contre :**



ABCD et EBCF sont deux parallélogrammes,
$\overline{BE} \cap \overline{CD} = \{L\}$, $D \in \overline{AF}$, $E \in \overline{AF}$

Démontre que :
a) l'aire du △ A B L = l'aire du △ FCL
b) l'aire du quadrilatère ABCL =
l'aire du quadrilatère FCBL

5 **Dans la figure ci-contre :**



$\overleftrightarrow{ED} // \overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{XD} // \overleftrightarrow{CY}$,
$\overleftrightarrow{EB} // \overleftrightarrow{FC} // \overleftrightarrow{DY}$, $X \in \overline{FC}$,
$F \in \overline{ED}$, $A \in \overline{ED}$

Démontre que :
les parallélogrammes EBCF , ABCD et DXCY ont la même aire.

Unité 4

Leçon 2

Triangles de même aire

Réfléchis et discute

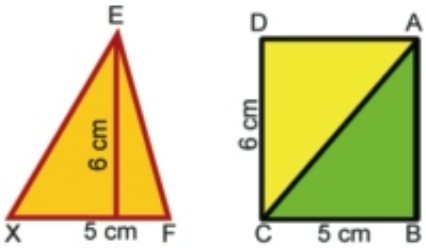
A apprendre :

- Conditions d'égalité d'aires de deux triangles.

Expressions de base :

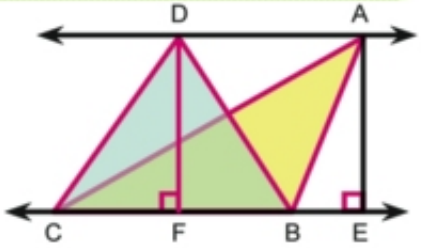
- aire d'un triangle

Deux triangles superposables sont-ils de même aire ?
Deux triangles de même aire sont-ils superposables ?
Dans quelles conditions deux triangles ont-ils la même aire ?



Théorèm 2

Si deux triangles ont une base commune et si leurs sommets opposés à cette base sont situés sur une droite parallèle à cette base, alors ils ont la même aire.



Hypothèses : $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$, les deux triangles ABC et DBC ont pour base commune $\overline{BC}$.

Conclusion : Démontrer que l'aire du $\triangle$ ABC = l'aire du $\triangle$ DBC

Construction: On trace $\overline{AE} \perp \overleftrightarrow{BC}$ et $\overline{DF} \perp \overleftrightarrow{BC}$

Démonstration : $\because \overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{AE} \perp \overline{BC}$ et $\overline{DF} \perp \overleftrightarrow{BC}$

$\therefore$ AEFD est un rectangle , AE = DF

l'aire du $\triangle$ ABC = $\frac{1}{2}$ BC $\times$ AE **(1)**

l'aire du $\triangle$ DBC = $\frac{1}{2}$ BC $\times$ DF = $\frac{1}{2}$ BC $\times$ AE **(2)**

De (1) et (2)

$\therefore$ l'aire du $\triangle$ ABC = l'aire du $\triangle$ DBC

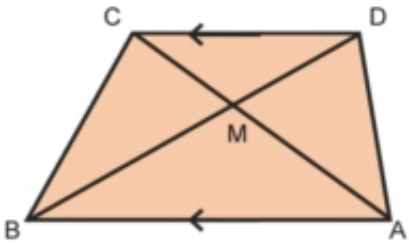
(ce qu'il fallait démontrer)

Pour s'entraîner :

1 **Dans la figure ci-contre :**

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$, $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$.

Complète en justifiant ta réponse :



A l'aire du △ ADB = l'aire ..... car .....

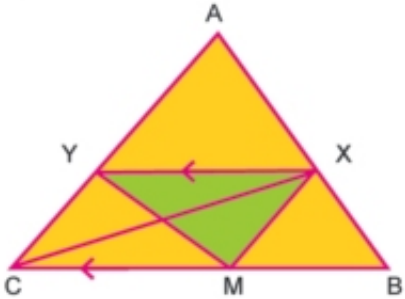
B l'aire du △ DAC = l'aire ..... car .....

C l'aire du △ DAM = l'aire ..... car .....

2 **Dans la figure ci-contre :**

ABC est un triangle, $X \in \overline{AB}$, $Y \in \overline{AC}$,

$\overline{XY} \parallel \overleftrightarrow{BC}$, $M \in \overleftrightarrow{BC}$

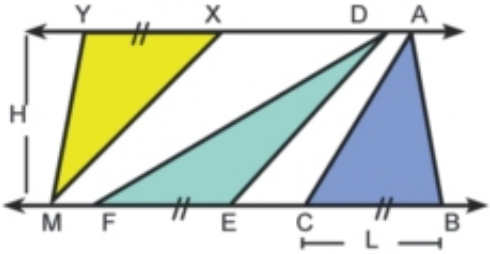


Complète : l'aire du △ XMY = l'aire .....

l'aire de la figure AXMY = l'aire ..... Pourquoi ?

Corollaires :

1 **Les triangles ayant des bases de mêmes longueurs et qui sont situés entre deux droite parallèles, ont la même aire.**



Remarque que :

$\overleftrightarrow{AY} \parallel \overleftrightarrow{BC}$, $BC = EF = xy$

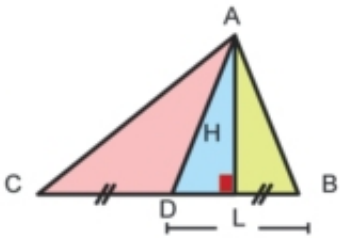
∴ l'aire du △ ABC = l'aire du △ DEF = l'aire du △ XYM = $\frac{1}{2}$ L × H

2 **La médiane d'un triangle partage sa surface en deux triangles de même aire.**

Remarque que :

$\overline{AD}$ est une médiane du triangle ABC (BD = DC = L)

∴ l'aire du △ ABD = l'aire du △ ADC = $\frac{1}{2}$ L × H



3 Les triangles ayant un sommet commun et des bases situées sur une même droite et de même longueur sont de même aire.

l'aire du △ ABC = l'aire du △ ACD = l'aire du △ ADE

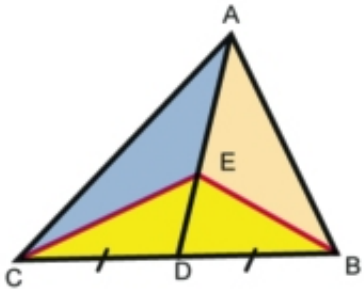
Pour s'entraîner

A B C est un triangle tel que $\overline{AD}$ est une médiane , E ∈ $\overline{AD}$.

On trace $\overline{BE}$ et $\overline{CE}$

Démontre que : l'aire du △ ABE = l'aire du △ ACE

Complète :



∵ $\overline{AD}$ est une médiane du triangle .....

∴ l'aire du △ ABD = l'aire ..... **(1)**

∵ ..... est une médiane du △ EBC

∴ l'aire du △ EBD = l'aire ..... **(2)**

De **(1)** - **(2)** , on obtient

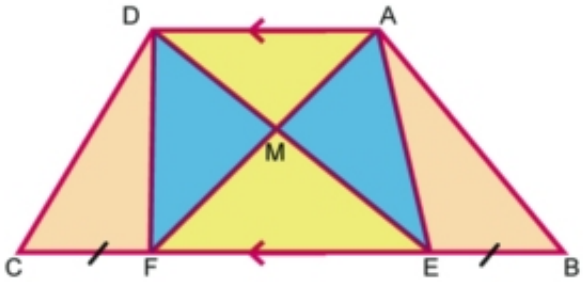
l'aire du △ ABE = ...

Exemple :

Dans la figure ci-contre :

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, E ∈ $\overline{BC}$, F ∈ $\overline{BC}$ tels que

B E = C F , $\overline{AF}$ ∩ $\overline{ED}$ = {M}



Démontre que :

A) l'aire du △ AME = l'aire du △ DMF

B) l'aire de la figure ABEM = l'aire de la figure DCFM

Démonstration :

∵ $\overline{AD}$ // $\overline{EF}$ et les deux triangles AEF et DEF ont pour base commune $\overline{EF}$

∴ l'aire du △ AEF = l'aire du △ DEF

En retranchant l'aire du △ MEF des deux membres

l'aire du △ AEM = l'aire du △ DFM **(1)**

$\because$ B E = C F , $\overline{AD}$ // $\overleftrightarrow{BC}$

$\therefore$ l'aire du $\triangle$ ABE = l'aire du $\triangle$ DCF **(2)**

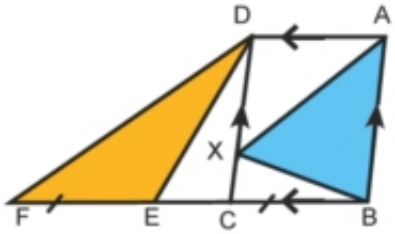
De (1) + (2) on obtient :

l'aire de la figure ABEM = l'aire de la figure DCFM (**ce qu'il fallait démontrer**)

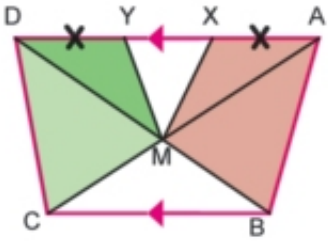
Pour s'entraîner :

Dans chacun cas suivants, démontre que les deux figures coloriées sont de même aire (utilise les données fournies par chaque dessin) :

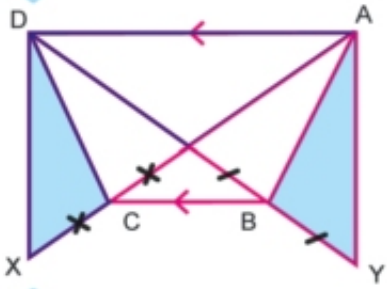
A



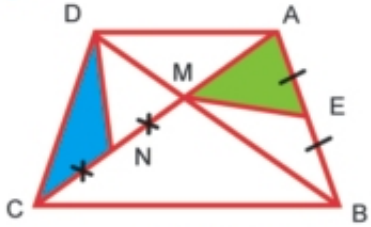
B



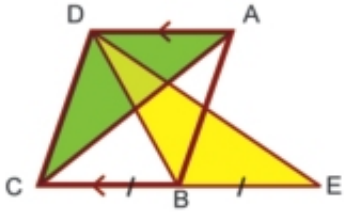
C



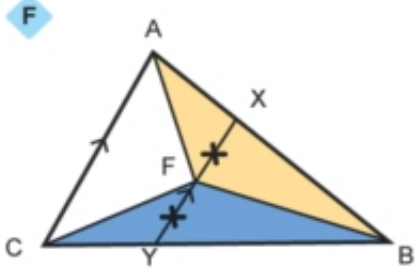
D



E



F



Théorèm 3

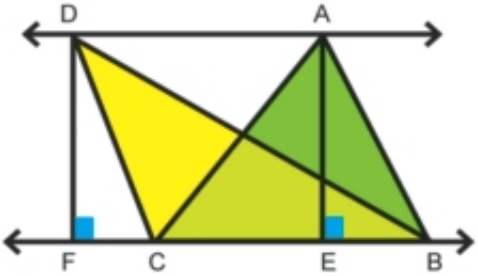
Si deux triangles ont la même aire et une base commune, alors leurs sommets opposés à cette base sont situés sur une droite parallèle à cette base.

Hypothèses : l'aire du $\triangle$ ABC = l'aire du $\triangle$ DBC.

$\overline{BC}$ est une base commune aux deux triangles.

Conclusion : $\overleftrightarrow{AD}$ // $\overleftrightarrow{BC}$

Construction : On trace $\overline{AE} \perp \overleftrightarrow{BC}$, $\overline{DF} \perp \overleftrightarrow{BC}$



Démonstration : ∵ l'aire du △ ABC = l'aire du △ DBC

∴ $\frac{1}{2}$ BC × AE = $\frac{1}{2}$ BC × DF

∴ AE = DF

∵ $\overline{AE} \perp \overleftrightarrow{BC}$, $\overline{DF} \perp \overleftrightarrow{BC}$

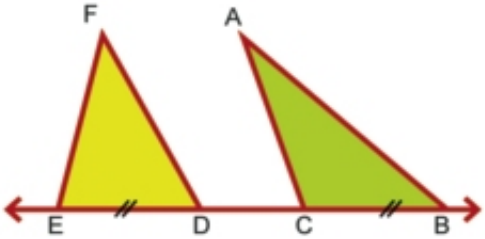
∴ $\overline{AE} \parallel \overline{DF}$

∴ La figure AEFD est un rectangle ∴ $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

Réfléchissons :

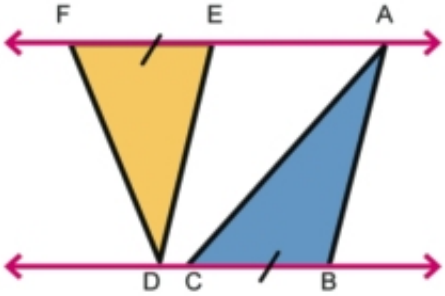
1 Dans la figure ci-contre :

Les points B , C , D , E
sont alignés et BC = DE
Si l'aire du △ ABC = l'aire du △ FDE,
que peux-tu déduire ? Justifie ta réponse.



2 Dans la figure ci-contre :

D ∈ $\overleftrightarrow{BC}$, A ∈ $\overleftrightarrow{FE}$, **BC = EF**
Si l'aire du △ ABC = l'aire du △ DEF,
que peux-tu déduire ? Justifie ta réponse.
Remarque que : $\overleftrightarrow{AF} \parallel \overleftrightarrow{BC}$. Pourquoi ?

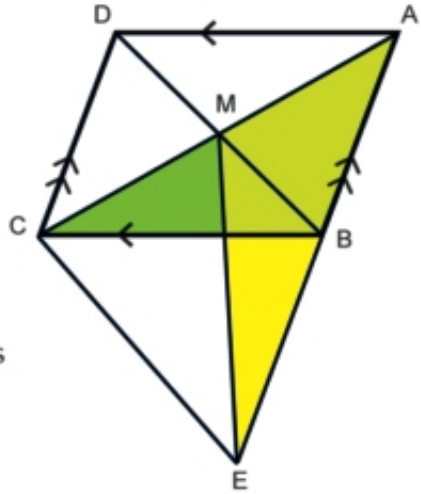


Exemple

ABCD est un parallélogramme,
$\overline{AC} \cap \overline{BD}$ = {M}. E ∈ $\overrightarrow{AB}$
tel que l'aire du △ AME = l'aire du △ ABC

Démontre que

la figure BECD est un parallélogramme



Démonstration :

∵ l'aire du △ AME = l'aire du △ ABC
En retranchant l'aire du △ ABM des deux membres
∴ l'aire du △ BME = l'aire du △ BMC
Ces deux triangles ont pour base commune
$\overline{BM}$ et ils sont situés d'un même côté par
rapport à cette base.

$\therefore \overleftrightarrow{CE} \parallel \overleftrightarrow{BM}$ **(1)**

$\because$ ABCD est un parallélogramme

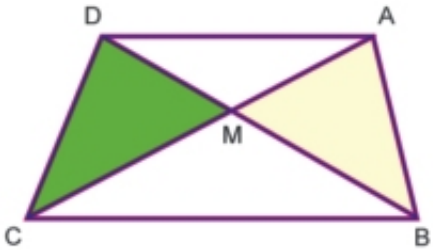
$\therefore \overleftrightarrow{BE} \parallel \overleftrightarrow{DC}$ **(2)**

De **(1), (2),** la figure DBEC est un parallélogramme.

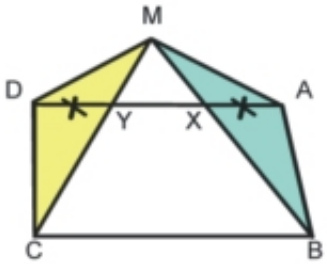
Pour s'entraîner :

1 **Dans chacun des cas suivants, les deux triangles coloriés sont de même aire. Démontre que $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.**

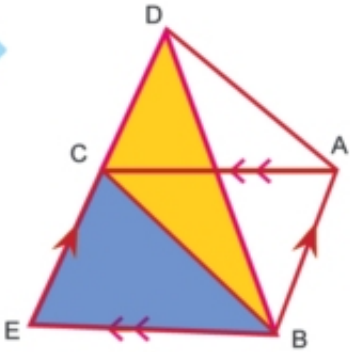
A



B



C



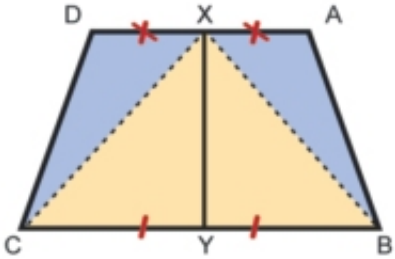
2 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un quadrilatère, X est le milieu de $\overline{AD}$,

Y est le milieu de $\overline{BC}$.

l'aire de la figure ABYX = l'aire de la figure DCYX.

Démontre que : $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$



Indication

Trace $\overline{BX}$ et $\overline{CX}$

Dans $\triangle$ XBC, $\overline{XY}$ est une médiane. Que peux-tu déduire ?

L'aire du $\triangle$ AXB = L'aire ..... Pourquoi ?

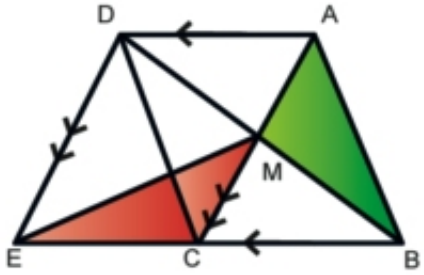
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ Pourquoi ?

Exercices (4 - 2)

1 **Dans la figure ci-contre :**

$\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$, $E \in \overrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{DE}$,

$\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$



Démontre que :

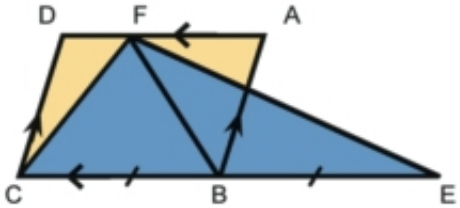
a) l'aire du △ ABM = l'aire du △ DCM
= l'aire du △ EMC

b) l'aire du △ DBC = l'aire du △ EBM

2 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un parallélogramme , $E \in \overleftrightarrow{CB}$,

BC = BE



Démontre que :

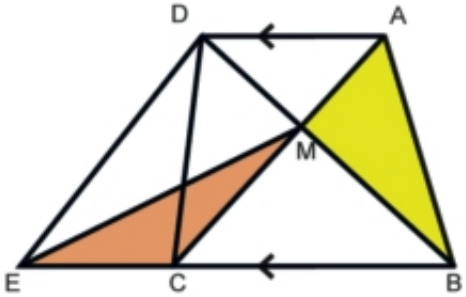
l'aire du △ FEC = l'aire du ▱ ABCD

3 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un quadrilatère tel que $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$,

$E \in \overrightarrow{BC}$, $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$,

l'aire du △ ABM = l'aire du △ ECM.

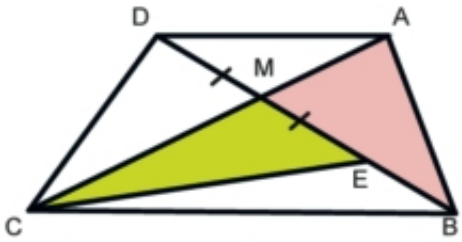


Démontre que : $\overline{DE} \parallel \overleftrightarrow{AC}$.

4 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un quadrilatère de diagonales qui se coupent en M, $E \in \overline{BM}$, ME = MD,

l'aire du △ AMB = l'aire du △ CME



Démontre que : $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

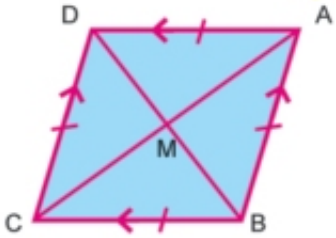
Unité 4

Aires de quelques figures géométriques

Leçon 3

Réfléchis et discute

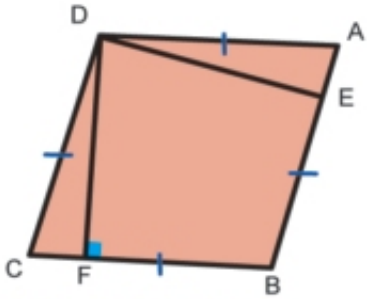
Nous avons déjà appris qu'un losange est un parallélogramme dont les côtés sont de même longueur.



- Quelle relation y a-t il entre les diagonales d'un losange ?
- Comment calculer l'aire d'un losange ?

Aire d'un losange :

1. Si la longueur du côté d'un losange et **b** est sa hauteur **h**, alors,
   l'aire du losange = b × h



D'où :

l'aire du losange = longueur de la base × hauteur

A apprendre :

- Comment calculer l'aire d'un losange.
- Comment calculer l'aire d'un carré connaissant les longueurs de ses diagonales.
- Comment calculer l'aire d'un trapèze.

Expressions de base":

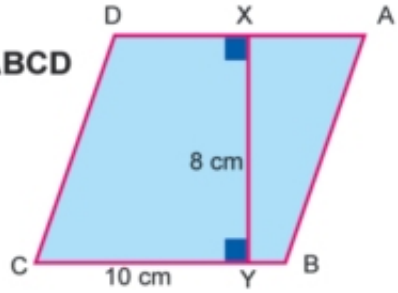
- carré
- losange
- trapèze
- aire

Réfléchissons :

Est-ce que DE = DF ? Justifie ta réponse.

Pour s'entraîner :

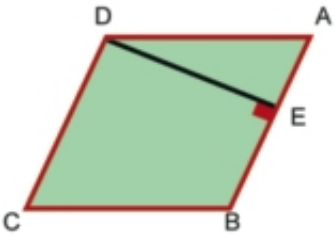
1 **Trouve l'aire du losange ABCD**



A Aire = ...

B Le périmètre du losange ABCD = 24 cm, DE = 5cm

Son aire = ...



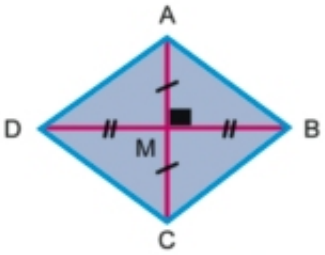
2 **Tu sais que les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Observe la figure ci-contre puis complète :**

L'aire du losange ABCD = 2 l'aire du △ ABD

$= 2 \times \frac{1}{2}$ BD × .....

$= \frac{1}{2} \times$ BD × 2 .....

$= \frac{1}{2}$ BD × .....



Donc l'aire d'un losange = $\frac{1}{2}$ le produit des longueurs de ses diagonales

∵ **Le carré est un losange dont les diagonales sont de même longueur :**

∴ l'aire d'un carré = $\frac{1}{2}$ le carré da la longueur d'une diagonale

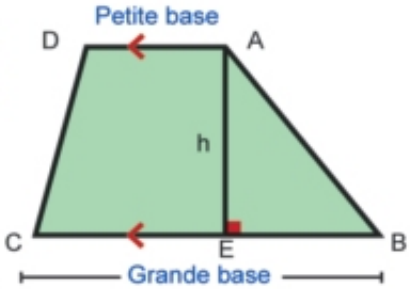
Pour s'entraîner :

Trouve l'aire de chacune des figures suivantes :

1. un losange de longueur de côté 12 cm et de hauteur 8 cm.
2. un losange de longueurs de diagonales 8 cm et 10 cm.
3. un carré de longueur de diagonale 8 cm.
4. un losange de périmètre 52 cm dont la longueur de l'une de ses diagonales est 10 cm.
5. un losange de périmètre 60 cm, dont la mesure de l'un de ses angles est 60°.

Trapèze

Un trapèze est quadrilatère ayant uniquement deux côtés parallèles. Ces côtés parallèles sont appelés « les bases du trapèze ».



Dans la figure ci-contre :

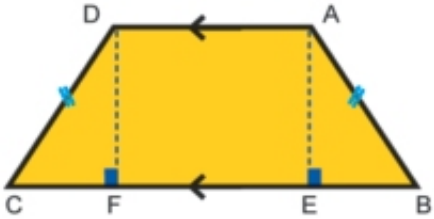
$\overline{AD}$ et $\overline{BC}$ sont les bases du trapèze ABCD.

Le trapèze admet une hauteur. C'est la distance perpendiculaire « h » entre ses deux bases.

Réfléchissons :

Est-ce que la diagonale d'un trapèze partage sa surface en deux triangles de même aire ?

Si ABCD est un trapèze isocèle (AB = DC),
est-ce que m (∠ B) = m (∠ C) ?
Trace $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ et $\overline{DF} \perp \overline{BC}$,
puis justifie ta réponse.

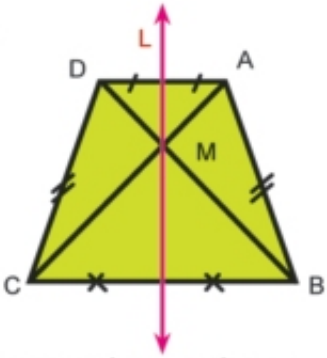


Dans un trapèze isocèle :

ABCD est un trapèze tel que AB = DC. **Alors :**

1. Les deux angles de chaque base sont de même mesure.
   m (∠ B) = m (∠ C), et m (∠ A) = m (∠ D).

2. Les diagonales sont de même longueur AC = BD.
   $\overline{AC} \cap \overline{BD}$ = {M}
   ∴ AM = DM et B M = CM



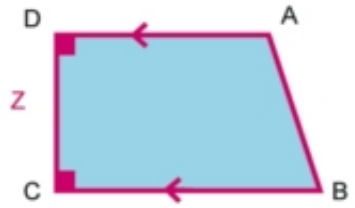
3. Il y a un seul axe de symétrie « L » qui coupe les deux bases en leurs milieux.

Trapèze rectangle :

C'est un trapèze ayant un angle droit.

Dans la figure ci-contre : $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ et $\overline{CD} \perp \overline{AD}$

$\therefore$ la hauteur du trapèze = la longueur de $\overline{CD}$



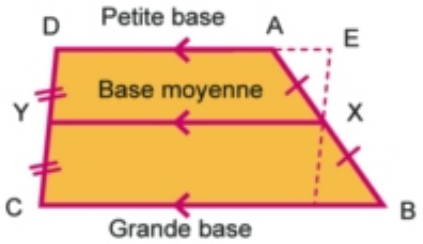
Base moyenne d'un trapèze :

C'est le segment $\overline{XY}$ joignant les milieux des deux côtés non parallèles dans le trapèze ABCD.

Remarque que :

$\overline{XY} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{AD}$

La longueur de $\overline{XY} = \frac{1}{2}(DA + BC)$



Pour s'entraîner

Trouve la longueur de la base moyenne d'un trapèze de longueurs de bases 7 cm et 13 cm.

Aire d'un trapèze :

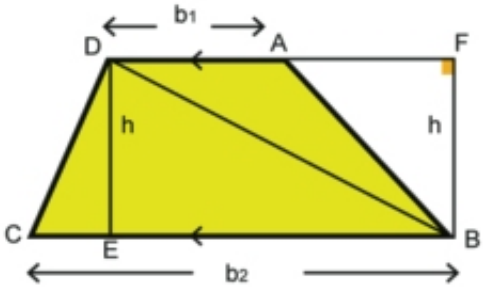
L'aire du trapèze ABCD =

l'aire du $\triangle$ ABD + l'aire du $\triangle$ DBC

$= \frac{1}{2} AD \times BF + \frac{1}{2} BC \times DE$

$= \frac{1}{2} b_1 \times h + \frac{1}{2} b_2 \times h$

$= \frac{1}{2} (b_1 + b_2) h$



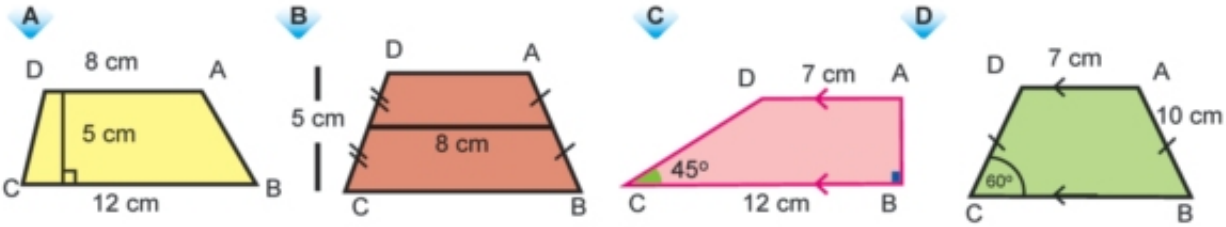
Aire d'un trapèze = $\frac{1}{2}$ somme des longueurs de ses deux bases $\times$ hauteur

Remarque que : La longueur de la base moyenne = $\frac{1}{2} \times$ somme des longueurs de ses deux bases.

$\therefore$ Aire d'un trapèze = longueur de la base moyenne $\times$ hauteur

Pour s'entraîner :

Utilise les données de chacune des figures suivantes pour calculer l'aire de la figure :

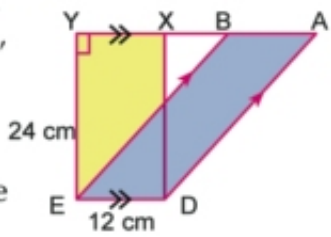


Exercices (4 - 3)

1. L'aire d'un trapèze est 450 cm² et les longueurs de ses deux bases parallèles sont 24 cm et 12 cm. Calcule la longueur de sa hauteur.
2. L'aire d'un trapèze est 108 cm². La longueur de l'une de ses deux bases parallèles est 15 cm et la longueur de sa hauteur est 8 cm. Calcule la longueur de l'autre base.
3. Soit un trapèze d'aire 180 cm² et de hauteur 12 cm. Le rapport entre les longueurs de ses deux bases est 3 : 2. Calcule les longueurs des deux bases.
4. Soient deux terrains de même aire. L'une est sous forme d'un losange de longueurs de diagonales 18 m et 24 m et l'autre est sous la forme d'un trapèze de hauteur 12 m. Calcule la longueur de la base moyenne du trapèze
5. L'aire d'un trapèze isocèle est 120 cm² et son périmètre est 60 cm. Si la longueur de sa base moyenne est 20 cm, calcule la longueur de chacune de ses deux bases.
6. ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm et BC = 8 cm. X, Y, Z et M sont les milieux respectifs des côtés $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ et $\overline{AD}$.
   - A Démontre que la figure XYZM est un losange puis calcule son aire.
   - B Calcule la hauteur du losange XYZM
7. Soit un terrain de forme d'un trapèze. Le rapport respectif entre les longueurs de ses deux bases parallèles et de sa hauteur est 3 : 2 : 4. Calcule la longueur de sa base moyenne sachant que son aire est 4000 cm².

Exercices généraux

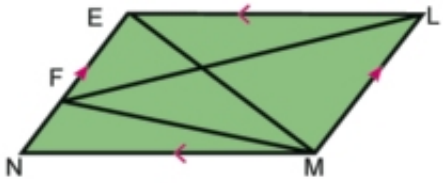
1 **Dans la figure ci-contre :** $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DE}$, $X \in \overrightarrow{AB}$, $Y \in \overrightarrow{AB}$, XDEY est un rectangle, $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$



a) Calcule l'aire de la figure ABED

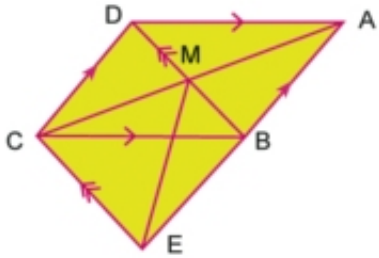
b) Si AD = 30 cm, calcule la longueur de la perpendiculaire abaissée de B sur $\overline{AD}$

2 **Dans la figure ci-contre :** LMNE est un parallélogramme.



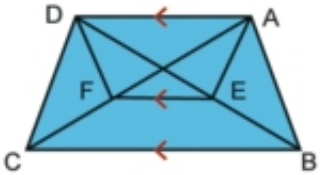
Démontre que : l'aire du △ LEF + l'aire du △ MFN = l'aire du △ LEM.

3 ABCD et BECD sont deux parallélogrammes tels que $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$.



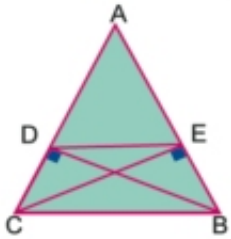
Démontre que :
l'aire du △ ABD = l'aire du △ MEC

4 **Dans la figure ci-contre :** $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{EF}$.



Démontre que : l'aire du △ ABE = l'aire du △ DCF

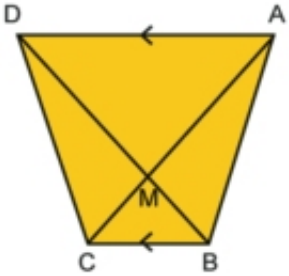
5 **Dans la figure ci-contre :** AB = AC, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{CE} \perp \overline{AB}$. **Démontre que.**



a) $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$

b) l'aire du △ ADB = l'aire du △ AEC

6 **Dans la figure ci-contre :** $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

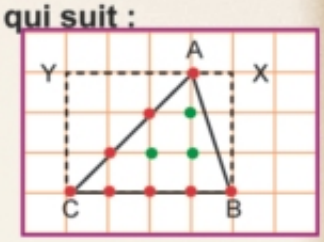


Démontre que l'aire du △ ABM = l'aire du △ DMC.
Si l'aire du △ MBC = 20 cm²,
et l'aire du △ ABM = 3 fois l'aire du △ MBC, calcule l'aire du rectangle ayant pour côté $\overline{BC}$ et dont le côté opposé est situé sur $\overleftrightarrow{AD}$.

Activité

Utilise la règle de Pik pour calculer l'aire d'une surface polygonale.

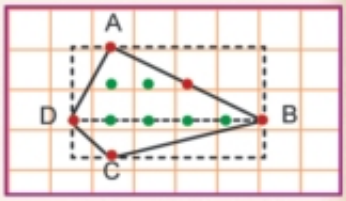
Dans un quadrillage graphique, comment peux-tu trouver l'aire d'une surface polygonale ? Pour répondre à cette question, observe ce qui suit :



1 Dans la figure ci-contre :

aire du △ ABC $= \frac{1}{2}$ aire du rectangle XBCY

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

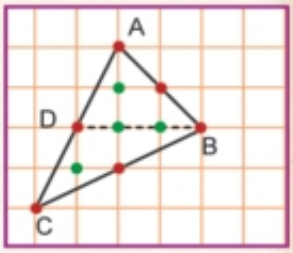


2 Dans la figure ci-contre :

aire de la figure ABCD = aire du △ ABD + aire du △ CBD

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 5 \times 1$

$= 5 + \frac{5}{2} = 7\frac{1}{2}$ unités d'aires



3 Dans la figure ci-contre :

Pour trouver l'aire du △ ABC , on partage sa surface en petites surfaces dont on peut calculer les aires.

∴ aire du △ ABC = aire du △ ABD + aire du △ BCD

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2$

= 6 unités d'aires

Dans chacune des figures précédentes :

Observe les points rouges de chaque quadrillage. Ce sont des nœuds du quadrillage situés sur les côtés de la figure. Ils sont appelés « points frontaliers ». Soit F le nombre de ces points. Observe également le nombre de points verts situés à l'intérieur de chaque figure, appelés «points intérieurs». Soit I le nombre de ces points.

Complète en justifiant ta réponse :

	I	F	$M = I + \frac{F}{2} - 1$	aire
Figure (1)	3	8	$3 + \frac{8}{2} - 1$	6
Figure (2)	6	5	$6 + \frac{5}{2} - 1$	$7\frac{1}{2}$
Figure (3)	....	....	.....	.....

Dessine des figures différentes sur des quadrillages. Calcule leurs aires géométriquement, puis vérifie le résultant en utilisant la règle de Pick.

Aire = nombre de points intérieurs + $\frac{\text{Nombre de points frontaliers}}{2}$ - 1

Explique comment peut-on appliquer la règle de Pick dans des situations de la vie quotidienne.

Epreuve de l'unité

1 Complète :

A L'aire d'un losange ayant pour longueurs de diagonales 6 cm et 8 cm est .....

B Les diagonales d'un trapèze isocèle sont .....

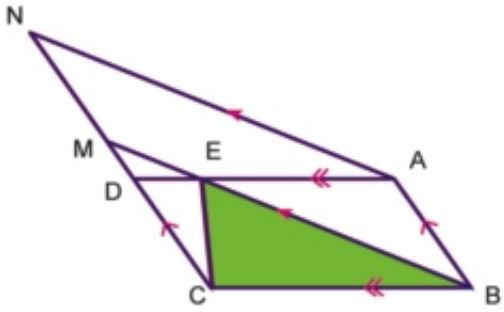
C L'aire d'un trapèze ayant pour longueur de la base moyenne 7 cm et sa hauteur 6 cm est .....

D Les triangles ayant des bases de mêmes longueurs et situés entre deux droite parallèles sont .....

E Une médiane d'un triangle partage sa surface en .....

F Si l'aire d'un carré est 50 cm^2, alors la longueur de sa diagonale = ... cm

2 Dans la figure ci-contre :

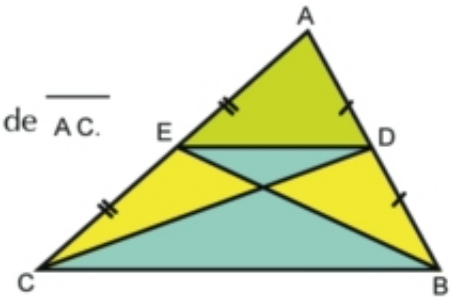


ABCD et ABMN sont deux parallélogrammes.

Démontre que :

l'aire du △ EBC = $\frac{1}{2}$ l'aire du ▱ ABMN

3 Dans la figure ci-contre :



△ ABC , D est le milieu de $\overline{AB}$ et E est le milieu de $\overline{AC}$.

Démontre que :

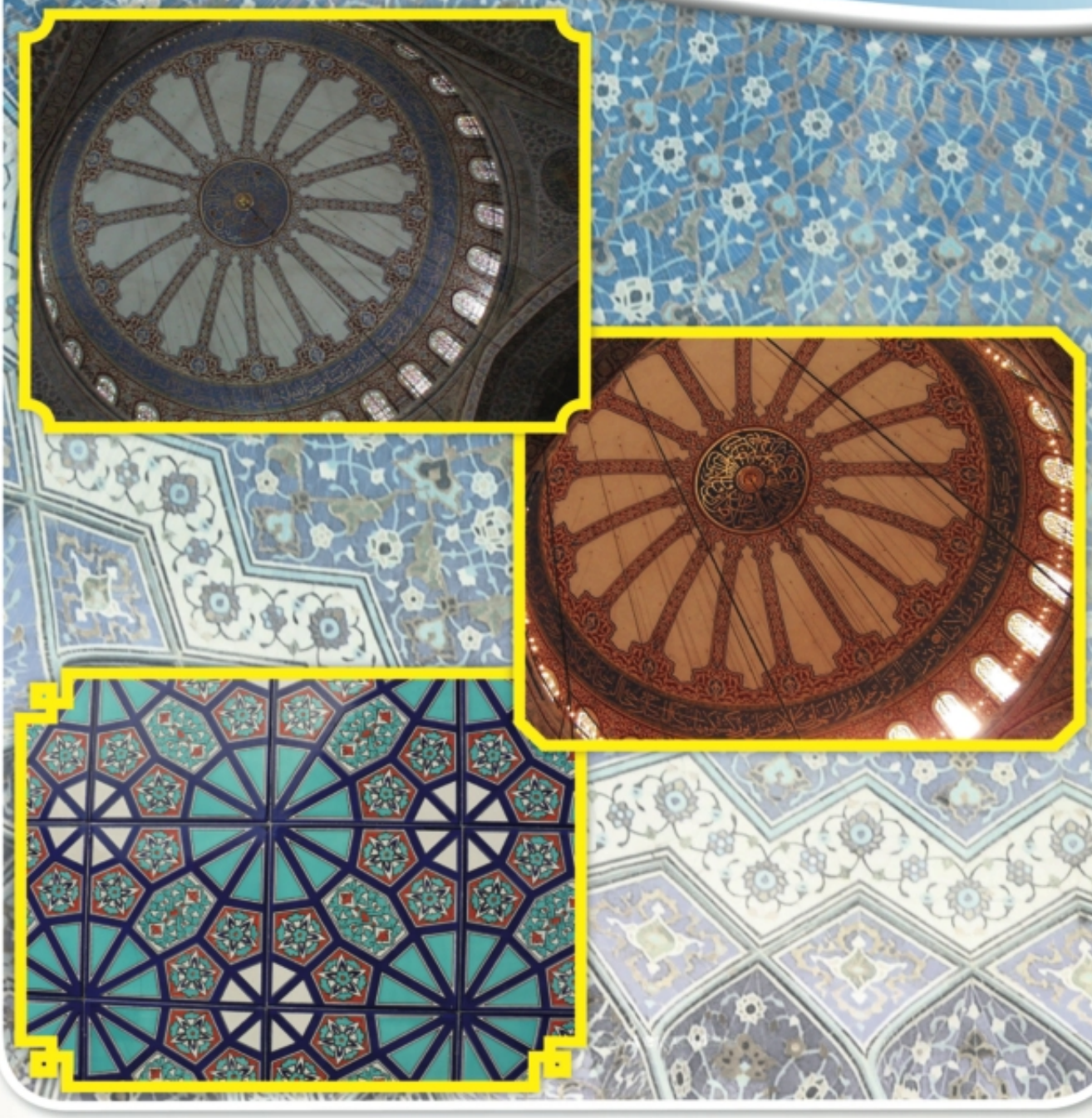
a) l'aire du △ DBC = l'aire du △ EBC

b) $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$

Unité

5

Similtude, Réciproque de théorème de pythagore et théorème d' Euclide



Unité 5

Leçon 1

Similitude

Réfléchis et discute

A apprendre :

- La notion de similitude.
- Cas de similitude de deux polygones.
- Cas de similitude de deux triangles.

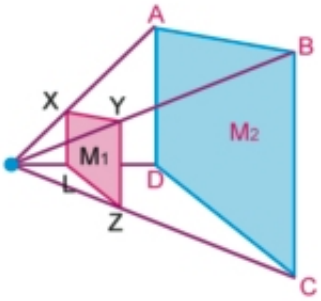
Expressions de base :

- similitude
- longueurs proportionnelles
- angles correspondants

Dans la salle de développement technologique et pendant l'exposition de certains exercices et certaines applications sur les transformations géométriques :

Ossama dit :

La symétrie, la translation et la rotation sont des isométries car par chacune de ces transformations, la figure et son image sont superposables. Elles ont les côtés correspondants de même longueur et les angles correspondants de même mesure.



Ahmed dit :

Dans une projection d'exercices, les figures apparaissant sur l'écran de l'ordinateur ressemblent aux figures projetées. Elles ont les angles correspondants de même mesure, mais les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles.

Est-ce que le polygone ABCD est semblable au polygone XYZL ? Pourquoi ?

Définitions

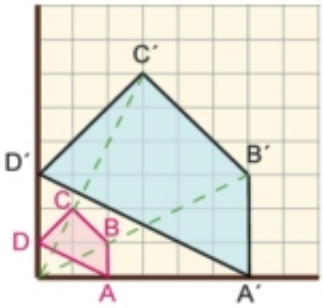
Deux polygones sont semblables s'ils vérifient les deux conditions :

- les angles correspondants sont de même mesure.
- les côtés correspondants sont proportionnels.

Exemple :

Dans la figure ci-contre :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{A'D'}{AD} = \frac{3}{1}$$



$m(\angle A') = m(\angle A)$, $m(\angle B') = m(\angle B)$,
$m(\angle C') = m(\angle C)$, $m(\angle D') = m(\angle D)$
$\therefore$ La figure ABCD est semblable à la figure A´B´C´D´.

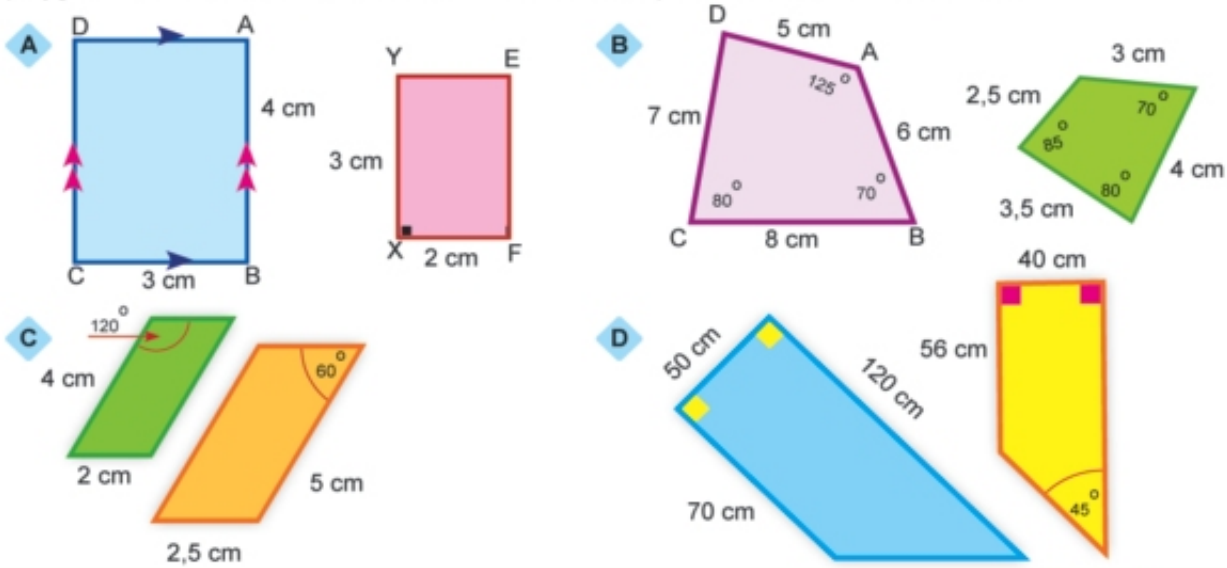
Remarque que :

1. Il faut nommer les polygones semblables en écrivant les sommets correspondants dans le même ordre. Dans l'exemple précédent, la figure A´B´C´D´ est semblable à la figure ABCD.
   On utilise le symbole (~) pour exprimer la similitude.
   Donc on écrit la figure A´B´C´D´ ~ la figure ABCD.
2. Le rapport constant entre les longueurs des côtés correspondants est appelé **le rapport d'agrandissement** ou **l'échelle**.
   Remarque que : si le rapport d'agrandissement est 1, alors les deux polygones sont superposables.
3. Tous les polygones réguliers ayant le même nombre de côtés sont semblables. Pourquoi ?
4. Si deux polygones sont semblables, alors leurs angles correspondants sont de même mesure et les longueurs de leurs côtés correspondants sont proportionnelles.

Réfléchis : **Le carré et le rectangle ont les angles correspondants de même mesure, mais ils ne sont pas semblables. Pourquoi ?**
Le carré et le losange ont les côtés correspondants proportionnels mais ils ne sont pas semblables. Pourquoi ?.

Pour s'entraîner :

1. Lesquels des couples de polygones suivants sont semblables ? Pourquoi ? Nomme les polygones semblables en écrivant les sommets correspondants dans le même ordre.



Similitude de deux triangles :

Définition :

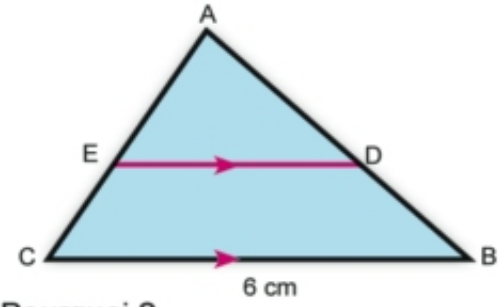
Deux triangles sont semblables s'ils vérifient l'une des deux conditions :

- **les angles correspondants sont de même mesure.**
- **les côtés correspondants sont proportionnels.**

Exemple :

Dans la figure ci-contre : ABC est un triangle tel que AB = 5 cm, BC = 6 cm et AC = 7 cm, D ∈ $\overline{AB}$ tel que AD = 3 cm,

$\overline{DE}$ // $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ ∩ $\overline{AC}$ = {E}.



A **Démontre que** △ ADE ~ △ ABC.

B **Trouve la longueur de** $\overline{DE}$ et $\overline{AE}$.

Solution

∵ $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$

∴ m (∠ ADE) = m (∠ B), m (∠ AED) = m (∠ C). Pourquoi ?

∵ ∠ A est commun aux deux triangles ADE et ABC.

∴ △ ADE ~ △ ABC car les angles correspondants sont de même mesure. Donc :

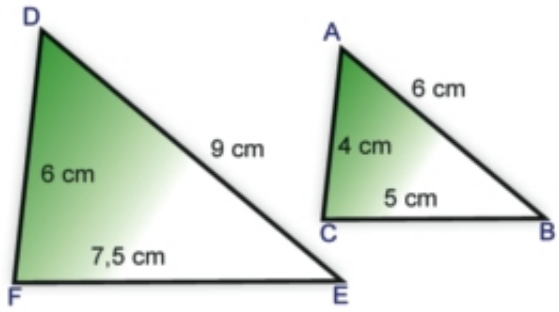
$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$ ∴ $\frac{3}{5} = \frac{DE}{6} = \frac{AE}{4}$

∴ $DE = \frac{3 \times 6}{5} = 3{,}6$ cm AE = $\frac{3 \times 4}{5} = 2{,}4$ cm

Pour s'entraîner :

A l'aide des données des figures ci-contre,

démontre que :



A △ DEF ~ △ ABC

B $\frac{\text{périmètre } (\triangle \text{ DEF})}{\text{périmètre } (\triangle \text{ ABC})}$

= le rapport d'agrandissement

périmètres de deux triangles semblables = le rapport entre les longueurs de deux côtés correspondants des deux triangles.

Exercices (5 - 1)

1 **Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur numérique de x et y (les longueurs sont donnés en centimètres) :**

A

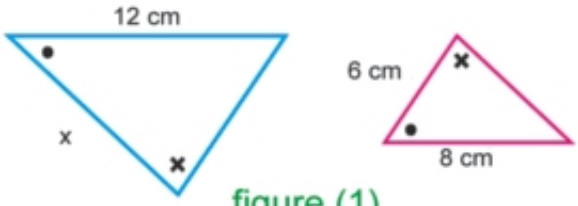


figure (1)

B

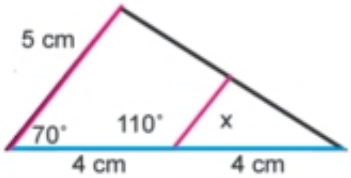


figure (2)

C

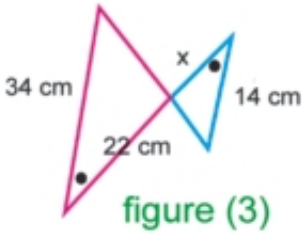


figure (3)

D

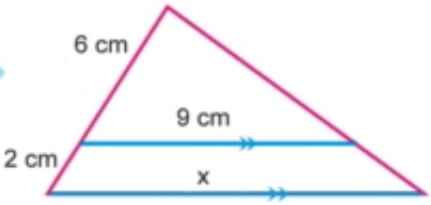


figure (4)

E

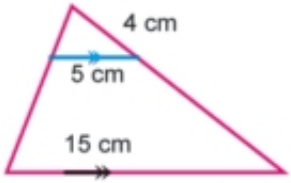


figure (5)

F

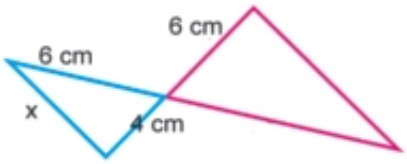


figure (6)

G

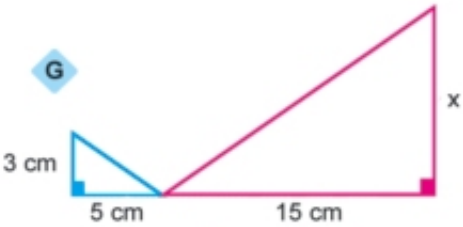
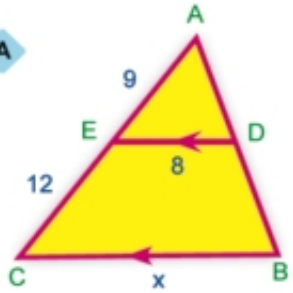


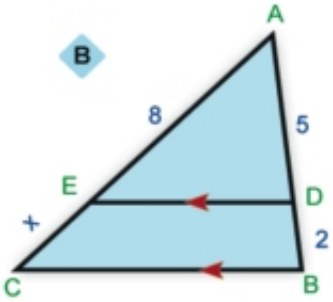
figure (7)

2 **Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur numérique de x et y (les longueurs sont donnés en centimètres) :**

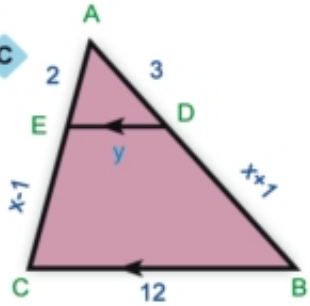
A



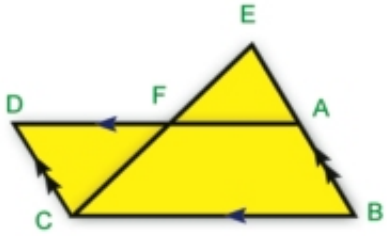
B



C



3 **Dans la figure ci-contre :** ABCD est un parallélogramme, E $\in \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CE} \cap \overline{AD} = \{F\}$. Si BC = 10 cm, AB = 4 cm, et FD = 6 cm, trouve la longueur de $\overline{EB}$ et $\overline{EA}$



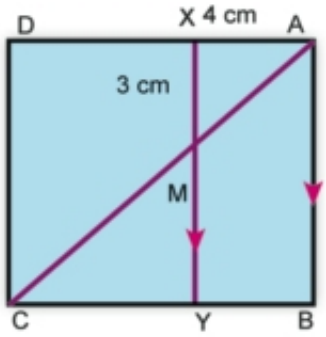
4 **Dans la figure ci-contre :** ABCD est un rectangle tel que AD = 12 cm,

X $\in \overline{AD}$ tel que AX = 4 cm. On trace $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$ qui coupe $\overline{AC}$ en M et $\overline{BC}$ en Y, MX = 3 cm.

A Démontre que △ AMX ~ △ CMY.

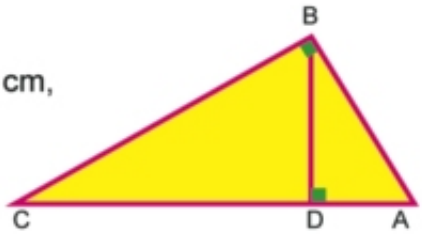
B Trouve le périmètre du △ YMC.

C Est-ce que la figure ABYM ~ la figure CDXM Pourquoi ?



5 ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 3 cm, BC = 4 cm, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$.

Démontre que : △ BAC ~ △ DAB, puis trouve la longueur de $\overline{AD}$ et $\overline{DC}$.



Unité 5

Leçon 2

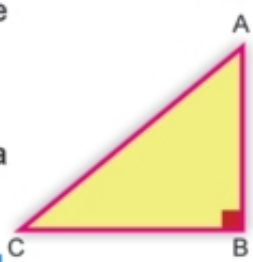
Réciproque du théorème de Pythagore

Réfléchis et discute

D'après le théorème de Pythagore, on sait que si ABC est un triangle rectangle en B, alors :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Dans la suite, nous allons étudier la réciproque du théorème de Pythagore.



A apprendre :

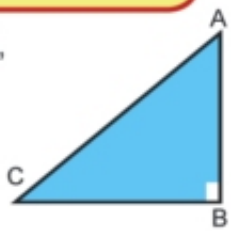
- La réciproque du théorème de Pythagore.
- L'utilisation de la réciproque du théorème de Pythagore dans la résolution des problèmes.

Réciproque du théorème de Pythagore :

Si la somme des aires des deux carrés construits sur deux côtés d'un triangle est égale à l'aire du carré construit sur le troisième côté, alors le triangle est rectangle.

Dans le triangle ABC, Si $(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$,

alors : $m(\angle B) = 90^\circ$ et le triangle est rectangle en B.



Nous pouvons reformuler l'énoncé de la réciproque du théorème de Pythagore comme suit :

Si le carré de la longueur d'un côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

Corollaire :

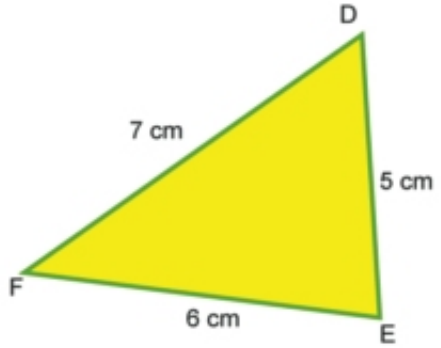
Dans un triangle ABC, **si** $\overline{AC}$ est le côté le plus long et si $AB^2 + BC^2 \neq AC^2$,

alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

Exercices (5 – 2)

1 **Lesquels des triangles suivants sont rectangles ? Complète :**

A

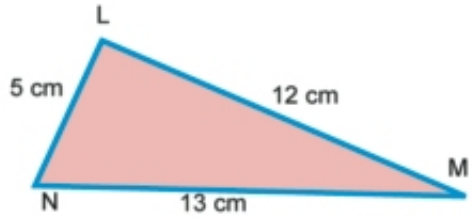


$DF^2 = ...$

$DE^2 + EF^2 = ...$

∴ **Le triangle** .....

B

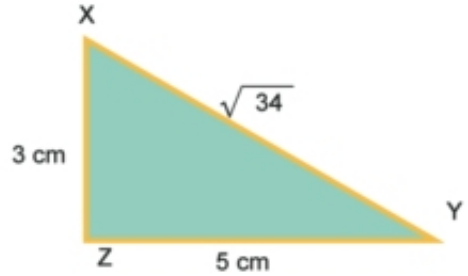


$MN^2 = ...$

$ML^2 + NL^2 = ...$

∴ **Le triangle** .....

C

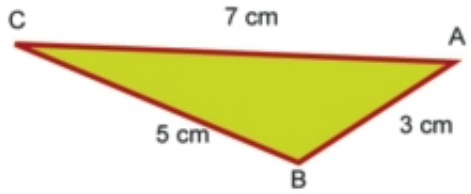


$XY^2 = (\sqrt{34})^2 = ...$

$YZ^2 + ZX^2 = ...$

∴ **Le triangle** .....

D



$AC^2 = ...$

$AB^2 + BC^2 = ...$

∴ **Le triangle** .....

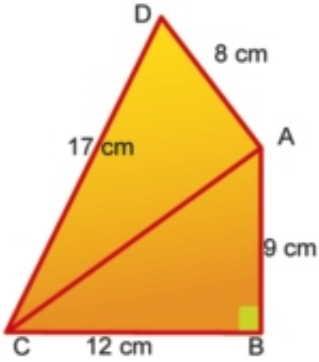
2 **Dans la figure ci-contre : ABCD est un quadrilatère tel que :**

m (∠ B) = 90°, AB = 9 cm, BC = 12 cm, CD = 17 cm

et DA = 8 cm.

Démontre que :

m (∠ DAC) = 90° , puis trouve l'aire de la figure ABCD.



Unité 5

Projections

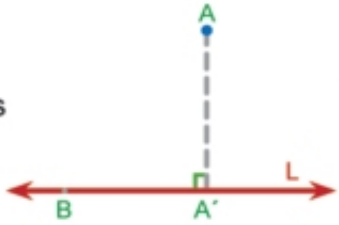
Leçon 3

Réfléchis et discute

Si un morceau de craie tombe de ta main, est-ce qu'il va tomber : verticalement vers le bas (perpendiculaire au sol) ? Quelle trace, laisse ce morceau de craie sur le sol ?

Projection d'un point sur une droite

Dans la figure ci-contre :



L est une droite, A et B sont deux points tels que $A \notin L$ et $B \in L$.

On trace $\overline{AA'} \perp L$, ou $A' \in L$.

Le point A´ est le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur la droite L. Le point A´ est appelé «**la projection orthogonale** de A sur la droite L»

$\therefore B \in L$ $\therefore$ la projection de B sur L est le point B lui-même.

Remarque que :

- **La projection d'un point sur une droite est le pied de la perpendiculaire abaissée de ce point sur la droite.**
- **Si un point appartient à une droite, sa projection sur la droite est le point lui-même.**

A apprendre :

- Trouver la projection d'un point sur une droite.
- Trouver la projection d'un segment sur une droite.
- Trouver la projection d'une demi-droite sur une droite.
- Trouver la projection d'une droite sur une droite.

Expressions de base :

- projection
- point
- segment
- demi-droite
- droite

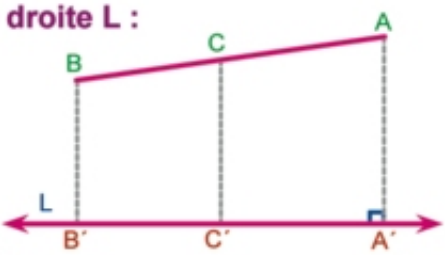
Projection d'un segment sur une droite

Pour trouver la projection d'un segment $\overline{AB}$ sur une droite L :

Si A´ est la projection du point A sur la droite L

et si B´ est la projection du point B sur la droite L,

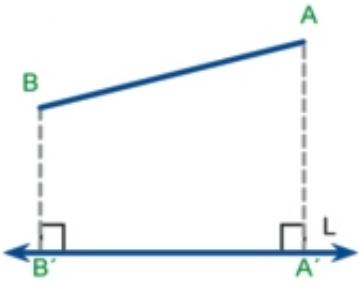
alors la projection de $\overline{AB}$ sur la droite L est $\overline{A'B'}$.



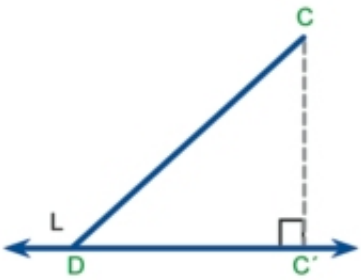
Remarque que : **Si** C ∈ $\overline{AB}$ et si C´ est la projection du point C sur la droite L, **alors :** C´ ∈ $\overline{A'B'}$

Pour s'entraîner :

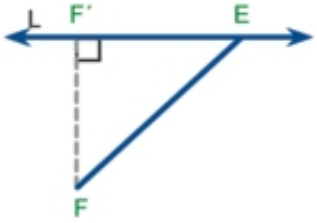
Les figures suivantes montrent des segments dans des positions différentes. Dans chaque figure, complète en écrivant la projection du segment demandé, suivant l'exemple :



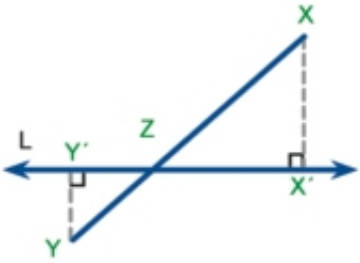
La projection de $\overline{AB}$ sur la droite L est $\overline{A'B'}$



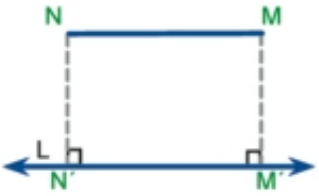
La projection de $\overline{CD}$ sur la droite L est .....



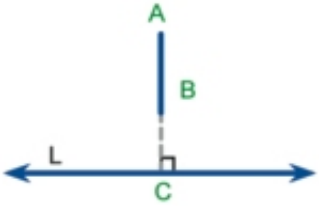
La projection de $\overline{EF}$ on sur la droite L est .....



La projection de $\overline{XY}$ sur la droite L est .....



La projection de $\overline{MN}$ sur la droite L est .....



La projection de $\overline{AB}$ sur la droite L est .....

Observe et discute :

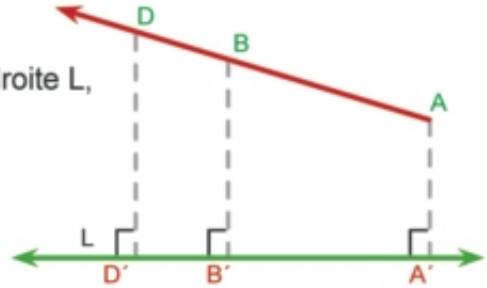
A La longueur de la projection d'un segment sur une droite donnée est toujours plus petite ou égale à la longueur du segment lui-même.

B Dans quelle condition, la longueur de la projection d'un segment sur une droite donnée est égale à la longueur du segment lui-même ?

C Dans quelle condition, la longueur de la projection d'un segment sur une droite donnée est nulle ?

Projection d'une demi-droite sur une droite

Pour trouver la projection d'une demi-droite $\overrightarrow{AB}$ sur une droite L :



Remarque que : A´ est la projection du point A sur la droite L,

B´ est la projection du point B sur la droite L.

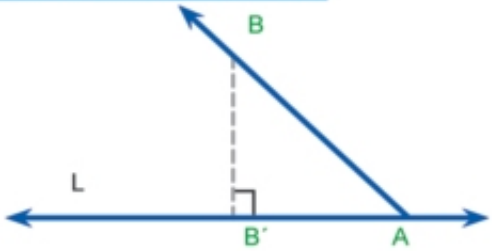
Si $D \in \overrightarrow{AB}$, $D \notin \overline{AB}$

et si D´ est la projection du point D sur la droite L,

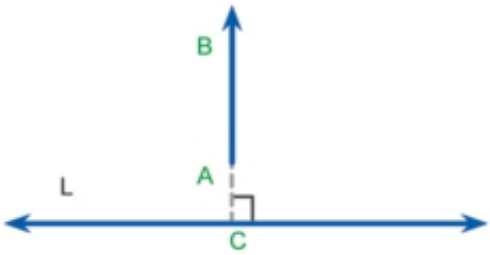
alors $D' \in \overrightarrow{A'B'}$.

∴ la projection de $\overrightarrow{AB}$ sur la droite L est $\overrightarrow{A'B'}$:

Observe et complète :



La projection de $\overrightarrow{AB}$ sur la droite L est .....



Si $\overrightarrow{AB} \perp$ L, alors la projection de $\overrightarrow{AB}$ sur la droite L est .....

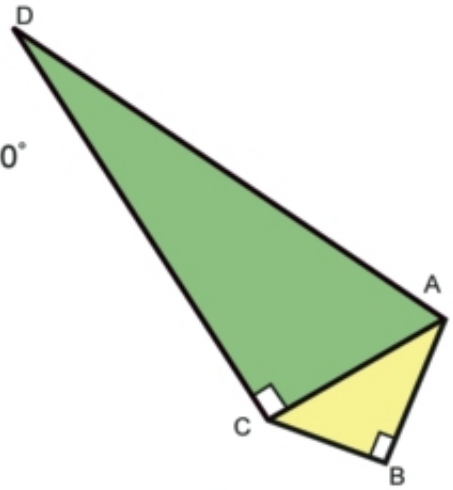
Réfléchissons :

A Quelle est la forme de la projection d'une droite sur une autre droite ?

B La projection d'une droite sur une autre droite peut-elle être un point ?

C Justifie ta réponse en dessinant des formes différentes de la projection d'une droite sur une autre. Conserve ces dessins dans ton portfolio.

Pour s'entraîner (1) :

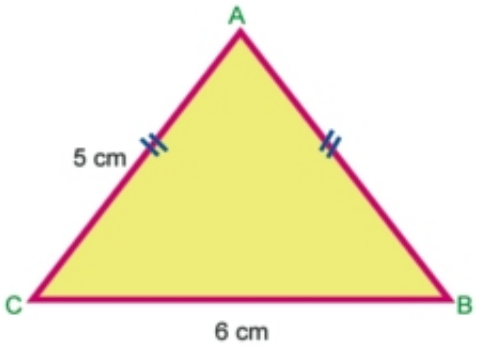


Dans la figure ci-contre : m (∠ B) = m (∠ ACD) = 90°

Complète :

- **A** La projection de $\overline{AD}$ sur $\overleftrightarrow{CD}$ est .....
- **B** La projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{CD}$ est .....
- **C** La projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{AB}$ est .....

Pour s'entraîner (2) :



Dans la figure ci-contre :

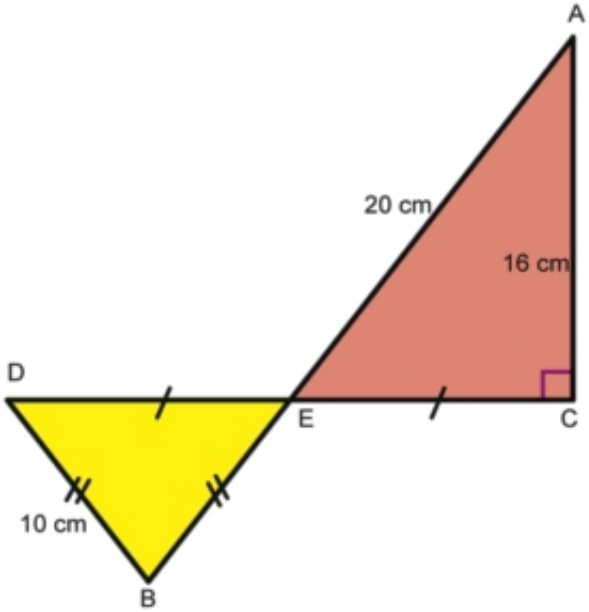
ABC est un triangle tel que AB = AC = 5 cm,

BC = 6 cm.

Trouve :

- **A** la longueur de la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$.
- **B** l'aire du triangle ABC.

Pour s'entraîner (3) :



Dans la figure ci-contre :

$\overline{AB} \cap \overline{CD}$ = {E}, E est le milieu de $\overline{CD}$,

AC = 16 cm, AE = 20 cm,

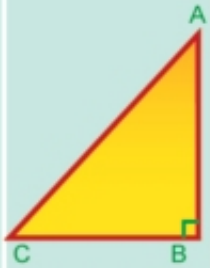
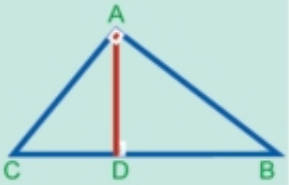
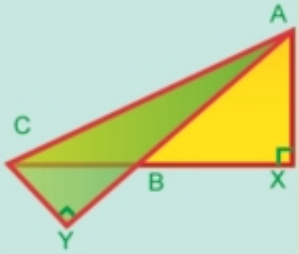
BD = B E = 10 cm.

Trouve :

- **A** la longueur de la projection de $\overline{BD}$ sur $\overleftrightarrow{CD}$.
- **B** la longueur de la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{CD}$.

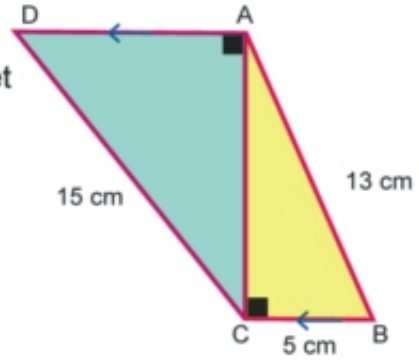
Exercices (5 – 3)

1 **Complète le tableau suivant :**

Figure / Projection			
La projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$	.....	.....	$\overline{XC}$
La projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$	.....	.....	.....
La projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{AB}$	.....	.....	.....
La projection de $\overline{BC}$ sur $\overleftrightarrow{AB}$	.....	.....	.....

2 **Dans la figure ci-contre :**

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, A B = 13 cm, B C = 5 cm, C D = 15 cm et m (∠ A C B) = m (∠ D A C) = 90°

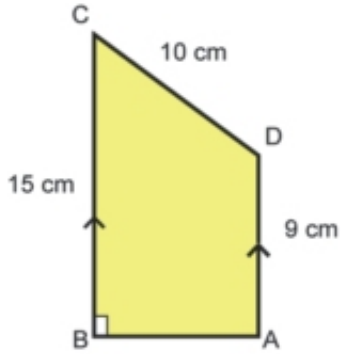


Trouve :

- **A** la longueur de la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{AC}$.
- **B** la longueur de la projection de $\overline{CD}$ sur $\overleftrightarrow{AD}$.

3 **Dans la figure ci-contre :**

A B C D est un trapèze tel que $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ et m (∠ A B C) = 90°. Si A D = 9 cm, D C = 10 cm, et CB = 15 cm, **trouve :**



- **A** la longueur de la projection de $\overline{DC}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$
- **B** la longueur de la projection de $\overline{DC}$ sur $\overleftrightarrow{AB}$

Unité 5

Leçon 4

Théorème d'Euclide

Réfléchis et discute

A apprendre :

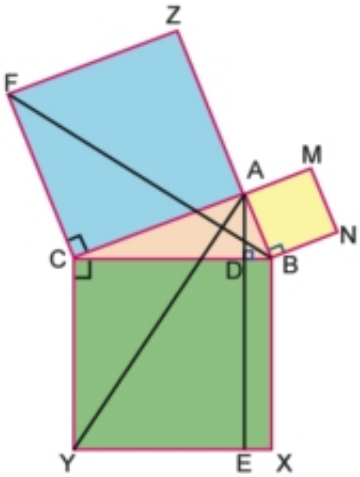
» Le théorème d'Euclide.

» Applications sur le théorème d'Euclide.

Dans la figure ci-contre :

1. ABC est un triangle rectangle en A . Les carrés ABNM, ACFZ et BXYC sont construits sur ses côtés.

2. Trace $\overrightarrow{AD} \perp \overline{BC}$ qui le coupe en D et qui coupe $\overline{XY}$ en E. Trace $\overline{BF}$ et $\overline{AY}$ comme dans la figure.



Remarque que :

$m(\angle BCF) = m(\angle YCA)$

$\triangle BCF \equiv \triangle YCA$ **Pourquoi?**

aire du triangle BCF = $\frac{1}{2}$ aire du carré ACFZ. **Pourquoi?**

aire du triangle YCA = $\frac{1}{2}$ aire du rectangle EYCD. **Pourquoi?**

Donc l'aire du carré ACFZ = l'aire du rectangle EYCD

$AC^2 = CD \times CY$ **Pourquoi ?**

$\therefore AC^2 = CD \times CB$

= la longueur de la projection de $\overline{AC}$ × la longueur de l'hypoténuse $\overline{BC}$

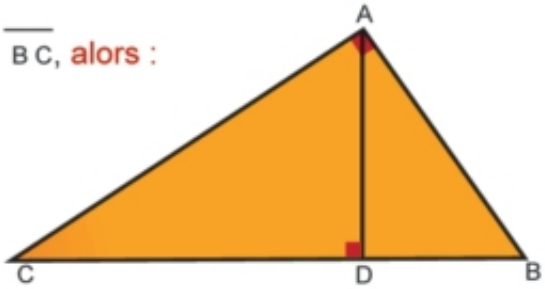
Théorème d'Euclide :

L'aire du carré construit sur l'un des côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle est égale à l'aire du rectangle ayant pour dimensions la longueur de la projection du côté sur l'hypoténuse et l'hypoténuse.

Dans le triangle ABC rectangle en A, si $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, alors :

$BA^2 = BD \times BC$

$CA^2 = CD \times CB$



Corollaire :

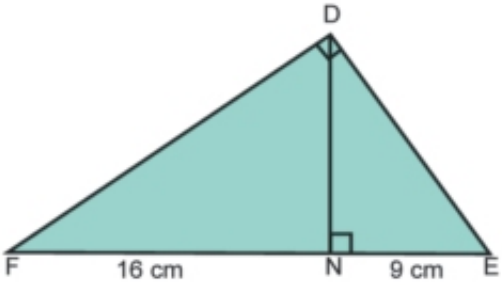
$$(AD)^2 = DB \times DC$$

Pour s'entraîner :

Dans la figure ci-contre :

DEF est un triangle rectangle en D , $\overline{DN} \perp \overline{EF}$,

EN = 9 cm et NF = 16 cm



Complète :

$DE^2 = EN \times EF$ (Euclide)

$= \ldots\ldots \times \ldots\ldots$ $\therefore DE = \ldots\ldots$ cm

$DF^2 = FN \times \ldots\ldots$ (Euclide)

$= \ldots\ldots \times \ldots\ldots$ $\therefore DF = \ldots\ldots$ cm

$DN^2 = NE \times NF$ (.....)

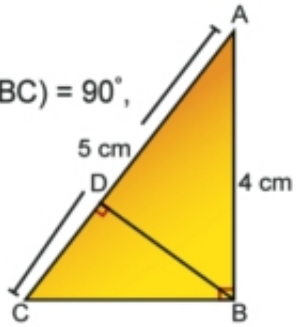
$= \ldots\ldots \times \ldots\ldots$ $\therefore DN = \ldots\ldots$ cm

Réfléchissons :

A-t-on $DN \times EF = DE \times DF$? Pourquoi ?

Exercices (5 – 4)

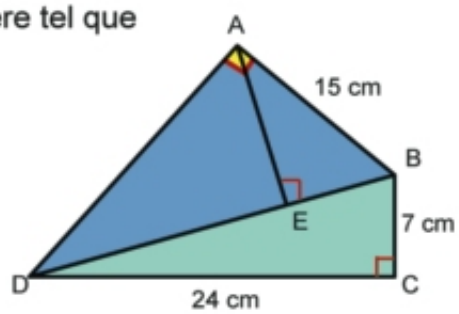
1 **Dans la figure ci-contre :** ABC est un triangle tel que, m (∠ ABC) = 90°, AB = 4 cm, AC = 5 cm et $\overline{BD} \perp \overline{AC}$. **Complète :**



- **A** BC = ... cm
- **B** AD = ... cm
- **C** BD = ... cm
- **D** l'aire du Δ DBC = ... cm²

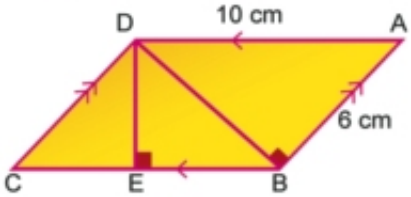
2 **Dans la figure ci-contre :** ABCD est un quadrilatère tel que m (∠ BCD) = m (∠ BAD) = 90°, $\overline{AE} \perp \overline{BD}$, BC = 7 cm, CD = 24 cm et AB = 15 cm

Trouve :



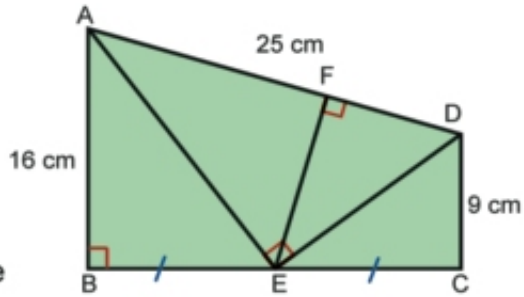
- **A** les longueurs de $\overline{BD}$ et $\overline{AD}$
- **B** la longueur de la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{BD}$
- **C** la longueur de la projection de $\overline{AD}$ sur $\overleftrightarrow{AE}$

3 **Dans la figure ci-contre :** ABCD est un parallélogramme, AB = 6 cm, AD = 10 cm, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ et $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ **Calcule :**



- **A** l'aire du parallélogramme ABCD.
- **B** la longueur de la projection de $\overline{DB}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$.
- **C** la longueur de $\overline{DE}$.

4 **Dans la figure ci-contre :** ABCD est un trapèze $\overline{AB}$ // $\overline{DC}$, m (∠ ABC) = 90°, E est le milieu de $\overline{BC}$, AB = 16 cm, AD = 25 cm, DC = 9 cm, $\overline{AE} \perp \overline{ED}$ et $\overline{EF} \perp \overline{AD}$



Calcule :
- **A** l'aire du trapèze ABCD.
- **B** la longueur de la projection de $\overline{AE}$ sur $\overleftrightarrow{AD}$.

Identification d'un triangle selon ses angles

Unité 5

Leçon 5

Réfléchis et discute

Figure (1)
∠ B est droit

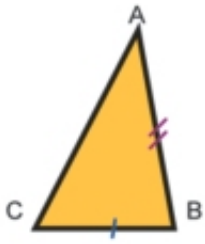


Figure (2)
∠ B est aigu

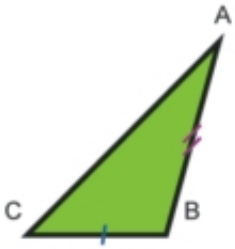


Figure (3)
∠ B est obtus

Remarque que : dans les trois figures, les trois segments $\overline{AB}$, sont de même longueurs et les trois segments $\overline{BC}$ sont de même longueurs. Est-ce que la longueur de $\overline{AC}$ varie selon la mesure de l'angle qui lui est opposé ?

Complète par un signe convenable > , = , <

Dans la figure (1) $\because$ m (∠ B) = 90° $\therefore AB^2 + BC^2$ ..... AC^2

Dans la figure (2) $\because$ m (∠ B) < 90° $\therefore AB^2 + BC^2$ ..... AC^2

Dans la figure (3) $\because$ m (∠ B) > 90° $\therefore AB^2 + BC^2$ ..... AC^2

Dans quel cas a-t-on m (∠ B)= 90° ?

Détermination de la nature d'un triangle par rapport à ces angles en connaissant les longueurs de ses côtés :

On compare le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle et la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

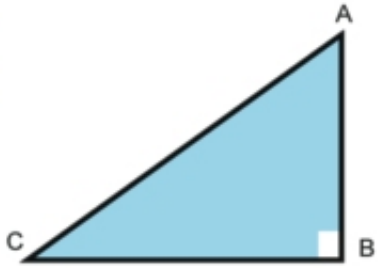
A apprendre :

- Identification d'un triangle selon ses angles

Expressions de base :

- un triangle rectangle
- un triangle acutangle
- un triangle obtusangle

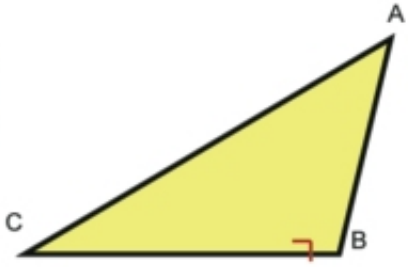
(1) **Si le**
carré de la longueur du plus grand côté du triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.



Dans le triangle ABC : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

∴ **l'angle B est droit.**

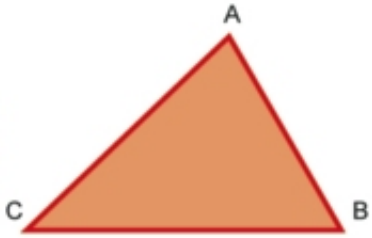
(2) **Si le**
carré de la longueur du plus grand côté du triangle est plus grand que la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est obtusangle.



Dans le triangle ABC : $(AC)^2 > (AB)^2 + (BC)^2$

∴ **l'angle B est obtus.**

(3) **Si le**
carré de la longueur du plus grand côté du triangle est plus petit que la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est acutangle.



Dans le triangle $(AC)^2 < (AB)^2 + (BC)^2$

∴ l'angle B est aigu.

Exemple :

Détermine la nature du plus grand angle du triangle ABC, si
AB = 8 cm, BC = 10 cm et CA = 7 cm.
Quelle est la nature du triangle ABC par rapport à ces angles ?

Solution

∵ Le plus grand angle dans un triangle est opposé au plus long côté.

∴ l'angle A est le grand angle du triangle car il est opposé à $\overline{BC}$.

$BC^2 = 10^2 = 100$

$AB^2 + AC^2 = (8)^2 + (7)^2$

$= 64 + 49 = 113$

$\because (BC)^2 < (AB)^2 + (AC)^2$ $\therefore$ l'angle B est aigu

$\because \angle A$ est le plus grand angle du triangle

$\therefore \triangle ABC$ est acutangle

Exercices (5 – 5)

Détermine la nature de l'angle A (aigu ou droit ou obtus) dans le triangle ABC dans chacun des cas suivants :

- **A** AB = 8 cm, BC = 10 cm, AC = 6 cm
- **B** AB = 12 cm, BC = 13 cm, AC = 7 cm
- **C** AB = 3 cm, BC = 7 cm, AC = 5 cm

Exercices généraux

1 **Détermine la nature de l'angle de la plus grande mesure dans le triangle ABC dans chacun des cas suivants :**

- **A** AB = 9 cm, BC = 10 cm, AC = 12 cm.
- **B** AB = 5 cm, BC = 12 cm, AC = 13 cm.
- **C** AB = 7 cm, BC = 16 cm, AC = 14 cm.

Quelle est la nature du triangle par rapport à ces angles dans chaque cas ?

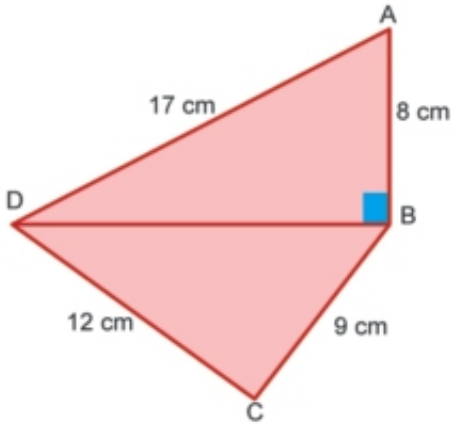
2 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un quadrilatère tel que

AB = 8 cm, BC = 9 cm,

CD = 12 cm, AD = 17 cm et $\overline{DB} \perp \overline{AB}$.

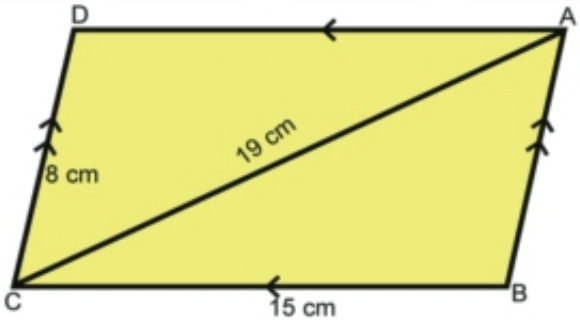
- **A** Calcule la longueur de la projection de $\overline{AD}$ sur $\overleftrightarrow{BD}$
- **B** Quelle est la nature du triangle BCD par rapport à ces angles ?



3 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un parallélogramme tel que BC = 15 cm, CD = 8 cm, AC = 19 cm.

Démontre que $\angle B$ est obtus.

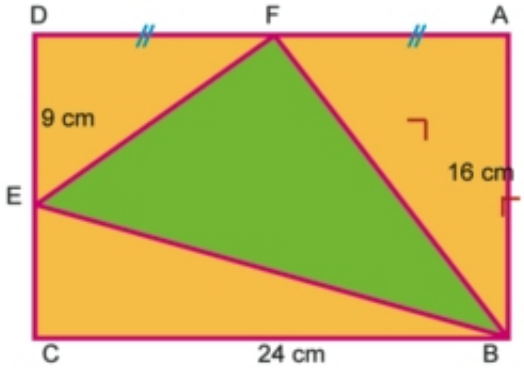


4 ABC est un triangle tel que : $AB^2 > AC^2 + BC^2$, AB = 15 cm, AC = 13 cm, $\overline{AD} \perp \overleftrightarrow{BC}$ qui le coupe en D. Si AD = 12 cm, trouve la longueur de $\overline{BC}$.

5 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un rectangle tel que AB = 16 cm et BC = 24 cm. $E \in \overline{CD}$, tel que DE = 9 cm.

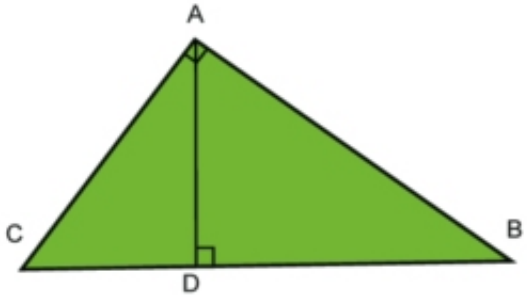
Quelle est la nature du triangle BFE par rapport à ses angles ?



6 **Dans la figure ci-contre :**

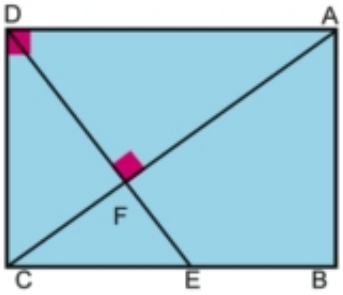
ABC est un triangle, m ($\angle$ BAC) = 90°, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, AB = 8 cm, AC = 6 cm.

Trouve BD, CD et AD.



7 ABCD est un rectangle tel que AB = 30 cm, AD = 40 cm, $\overrightarrow{DE} \perp \overline{AC}$ qui coupe $\overline{AC}$ en F et $\overline{BC}$ en E.

Trouve la longueur de $\overline{AF}$, $\overline{DF}$ et $\overline{EC}$.



Activité

Dans la figure ci-contre :

AB = BC = CD = DE = EF = 3 cm

Trouve :

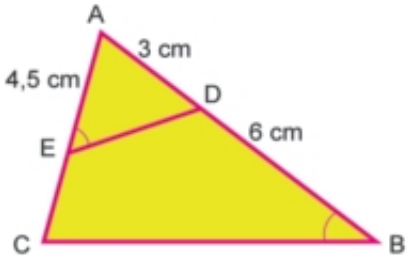
A la longueur de la projection de $\overline{FM}$ sur $\overleftrightarrow{EM}$.

B la longueur de la projection de $\overline{BM}$ sur $\overleftrightarrow{AM}$

Epreuve de l'unité

1 **Dans la figure ci-contre :**

m (∠ AED) = m (∠ B). AD = 3 cm, AE = 4,5 cm, BD = 6 cm.

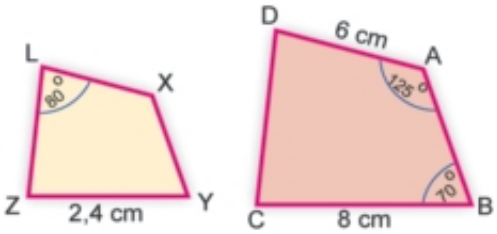


a) Démontre que △ ADE ~ △ ACB

b) Trouve la longueur de $\overline{EC}$

2 **Dans la figure ci-contre :**

la figure ABCD ~ la figure XYZL.



A Calcule m (∠ BCD)

B Calcule la longueur de $\overline{XL}$ et le rapport d'agrandissement.

C Si le périmètre de la figure ABCD = 26 cm, quel est le périmètre de la figure XYZL ?

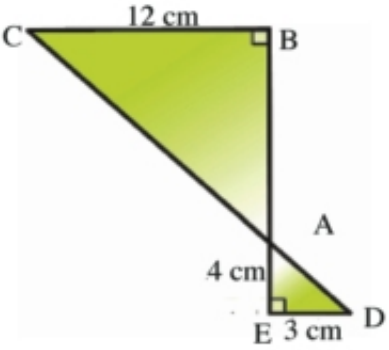
3 Dans la figure ci-contre,

$\overline{BE} \cap \overline{DC} = \{A\}$,

$m(\angle B) = m(\angle E) = 90°$,

a) Démontre Δ ABC ~ Δ AED

b) calcule BA;



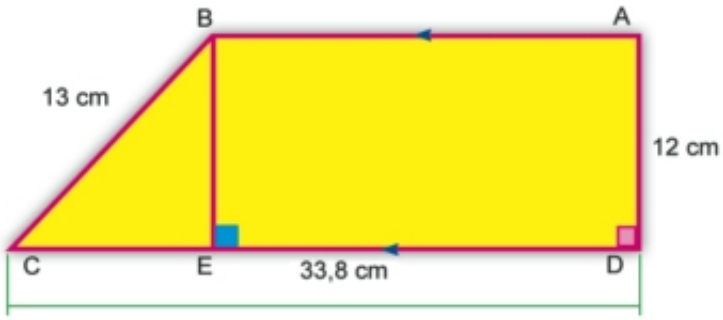
4 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un trapèze tel que

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \perp \overline{DC}$,

AD = 12 cm, BC = 13 cm,

DC =33,8 cm et $\overline{BE} \perp \overline{DC}$.



A) Trouve :

A La longueur de $\overline{CE}$ et $\overline{AB}$.

B La longueur de $\overline{DB}$

C la longueur de la projection de $\overline{DC}$ sur $\overleftrightarrow{AB}$

D l'aire du trapèze ABCD.

B) Démontre que : m ($\angle$ DBC) = 90°

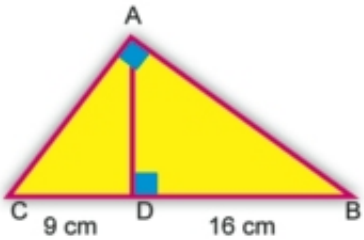
5 **Dans la figure ci-contre :**

ABC est un triangle rectangle en A,

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$, BD = 16 cm, CD = 9 cm.

Trouve la longueur de $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ et $\overline{AD}$,

puis calcule l'aire du triangle ABC.



Algèbre et statistique

Exercices sur l'unité de la factorisation

1) Complète ce qui suit :

(1) $(a-2)(2a-3) = \ldots - 7a + \ldots$

(2) $(x+\ldots)(2x-3) = \ldots + \ldots - 15$

(3) $(x+\ldots)(3x-2) = \ldots + \ldots - 10$

(4) $(2x+3y)(\ldots + 2y) = 2x^2 + \ldots + \ldots$

(5) $(2a+\ldots)(\ldots + 3b) = 2a^2 + \ldots + 3b^2$

(6) $3a^2 + 7a + 2 = (3a+\ldots)(a+\ldots)$

(7) $(\ldots)x^2 + 5x - 12 = (2x-3)(\ldots \ \ldots \ \ldots)$

(8) $x^3 - \ldots = (x - \ldots)(\ldots + \ldots + 4)$

(9) $(x-y)^2 + 4xy = (\ldots + \ldots)^2$

(10) $(5a - \ldots)^2 = \ldots - 30a + \ldots$

(11) $(7x-5y)(\ldots - \ldots) = 49x^2 - \ldots + 25y^2$

(12) $11x^2 - 4xy - \ldots = (x-y)(\ldots + \ldots)$

(13) $\ldots - 49x^2 = (3 - \ldots)(3 + \ldots)$

(14) $9x^2 - 3x = 3x(3x - \ldots)$

(15) $8a^3 - b^3 = (\ldots - b)(4a^2 + \ldots + \ldots)$

(16) $4x^2 - \ldots + \ldots = (\ldots - 3y)^2$

(17) Si l'expression $x^2 + ax - 15$ est factorisable, alors les valeurs de « a » sont ….où a est un nombre entier.

(18) L'expression $4x^2 - 12x + k$ est un carré parfait si k = ……

(19) Si l'expression $121x^2 + kx + 100$ est un carré parfait, alors k =……..

(20) L'expression $9x^2 - 30x + a$ est un carré parfait si a = ……

(21) Si $x^2 - y^2 = 35$ et $x - y = 5$, alors $x + y =$ ……

(22) Si l'expression $x^2 + ax - 15$ est factorisable, alors les valeurs négatives de « a » sont ……

(23) Si $a^2 + b^2 = 7$ et $ab = 3$, alors $(a - b)^2 = \ldots\ldots$

(24) L'expression $25a^2 + 10a + m$ est un carré parfait si $m = \ldots\ldots$

(25) Si $x^2 - k + 10 = (x - 2)(x - 5)$, alors $k = \ldots$

(26) Si l'expression $x^2 + mx + 16$ est un carré parfait, alors $m = \ldots\ldots$

(27) Si $x^2 + k - 25 = (x - 5)(x + 5)$, alors $k = \ldots$

(28) Si $x + \frac{1}{x} = 5$, alors $x^2 + \frac{1}{x^2} = \ldots$ où $x \neq 0$.

(29) Le périmètre d'un carré est égal à 2x cm. Son aire mesure ……

(30) Si $(x - 3)$ est un facteur de l'expression $x^2 + 2x - 15$, alors l'autre facteur est …

(31) Si (-4) est l'une de deux racines de l'équation $x^2 + 3x - 4 = 0$, alors l'autre racine est…

(32) L'ensemble solution de l'équation $x^2 + 4 = 0$ est …

(33) L'ensemble solution de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est …

(34) La forme la plus simple de l'expression $x(z - y) + k(y - z)$ est …

(35) Si l'âge actuel de Kamel est x ans, alors son âge après cinq ans est…

(36) Si $a(x + y) - b(x + y) = 15$ et $(x + y) = 5$, alors $a - b = \ldots$

(37) Si $(x + 5)$ est un facteur de l'expression $x^3 + 125$, alors l'autre facteur est …

(38) Si $(x + y)^2 = 42$ et $x^2 + y^2 = 12$, alors $xy = \ldots$

2- *Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :*

(1) Si $x = 2$ et $y = 5$, alors $x^2 + 2xy + y^2 = \ldots$

(a) 5 (b) 7 (c) 9 (d) 49

(2) $x^2 - 4 = \ldots\ldots$

(a) $4 - x^2$ (b) $(x - 2)^2$

(c) $(2 - x)(x + 2)$ (d) $(x - 4)^2$

(3) $(a - 1)(a^2 + a + 1) = \ldots$

(a) $a^3 - 1$ (b) $a^3 + 1$ (c) $(1 - a)^3$ (d) $1 - a^3$

(4) Si $x^2 + y^2 = 7$ et $xy = 3$, alors $(x - y)^2 = \ldots\ldots$

(a) -1 (b) 1 (c) ± 1 (d) 10

(5) Si l'expression $16x^2 + kx + 9$ est un carré parfait, alors k =……..

(a) ± 6 (b) ± 12 (c) ± 24 (d) ± 144

(6) Si l'expression $x^2 - 6x + k$ est un carré parfait, alors k = ……

(a) 3 (b) 6 (c) 9 (d) 36

(7) Si l'expression $kx^2 - 12x + 4$ est un carré parfait, alors k = ……

(a) -6 (b) -4 (c) -2 (d) 9

(8) Si $(a + b)^2 = 43$ et $a^2 + b^2 = 35$, alors ab = ……

(a) 4 (b) 8 (c) 16 (d) 78

(9) Si l'expression $x^2 + kx - 24$ est factorisable, alors k ne peut pas être égale à …

(a) -2 (b) 2 (c) 3 (d) 5

(10) Si l'expression $x^2 + kx + 2$ est factorisable, alors k = ……

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(11) Si $x^2 - y^2 = 12$ et $x - y = 3$, alors $x + y = \ldots\ldots$

(a) 3 (b) 4 (c) 12 (d) 15

(12) Si $x^2 + kx - 6 = (x + 3)(x - 2)$, alors k = …

(a) -1 (b) 1 (c) 2 (d) 3

(13) Si l'expression $x^2 + 8x + c$ est un carré parfait, alors c = ……

(a) 3 (b) 4 (c) 16 (d) 64

(14) Si $(x + y)^2 = 24$ et $xy = 8$, alors $x^2 + y^2 = \ldots\ldots$

(a) 8 (b) 16 (c) 24 (d) 32

(15) Si $x^2 + kx - 21 = (x - 3)(x + 7)$, alors k = …

(a) -2 (b) 4 (c) 8 (d) 20

(16) Si $(x + y)^2 = 10$ et $x^2 + y^2 = 4$, alors xy = ……

(a) 2 (b) 3 (c) 6 (d) 14

(17) L'expression : $(x - 2y)(x^2 + 2xy + y^2)$ est égale à …

(a) $x^3 - 2y^3$ (b) $x^3 - 8y^3$ (c) $x^3 + 2y^3$ (d) $x^3 + 8y^3$

(18) Si l'expression $64a^2 - 32a + k$ est un carré parfait, alors k = ……

(a) 1 (b) 4 (c) 11 (d) 16

(19) Si $x - y = 10$ et $x^2 + xy + y^2 = 7$, alors $x^3 - y^3$ = ……

(a) 2 (b) 70 (c) 12 (d) 35

(20) L'expression : $x(y + 3) + z(y + 3)$ est égale à …

(a) $(x + y + z + 6)$ (b) $(x + z)(y + 3)$

(c) $(x + z)(y + 3)^2$ (d) $(x + z) \times 2(y + 3)$

(21) Si $a^2 + 2ab + b^2 = 25$, alors a + b = ……

(a) -5 (b) 5 (c) ± 5 (d) 625

(22) Si x = 13 et y = 11, alors $x^2 - 2xy + y^2$ = …

(a) 2 (b) 4 (c) 24 (d) 48

(23) Si $8x^3 + a^3 = (2x + a)(4x^2 - 4ax + a^2)$, alors a = …

(a) 7 (b) 14 (c) 49 (d) 343

(24) Le quotient de la division $(8x^3 - 27y^3) : (2x - 3y)$ où $2x \neq 3y$, est

(a) $4x^2 + 6xy + 9y^2$ (b) $4x^2 - 6xy + 9y^2$

(c) $4x^2 - 12xy + 9y^2$ (d) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

(25) Si $x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 + k + 9)$, alors k = …

(a) -6x (b) -3x (c) 3x (d) 6x

(26) L'expression $x^2 + ax + 9$ est un carré parfait si a = ……

(a) 0 (b) ± 3 (c) ± 6 (d) ± 12

(27) Si $x^3 - y^3 = 26$ et $x^2 + xy + y^2 = 13$, alors x – y = …

(a) 2 (b) 4 (c) 13 (d) 39

(28) Si 2 est une solution de l'équation $x^2 - 5x + a = 0$, alors a = …

(a) -3 (b) -6 (c) 3 (d) 6

(29) Si le quadruple d'un nombre est égal à 48, alors le tiers de ce nombre est égal à …

(a) 4 (b) 8 (c) 12 (d) 16

(30) L'ensemble solution dans R, de l'équation $(x - 1)^2 = 0$ est ……

(a) {0} (b) {-1} (c) {-1 ; 1} (d) {1}

(31) Si l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont x cm et (x + 1) cm est égale à 30, alors x = …

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

(32) La moyenne arithmétique de deux nombres est égale à 5. Si l'une de deux est 3, alors l'autre est égal à …

(a) 2 (b) 4 (c) 7 (d) 13

(33) Si l'âge actuel de Ziad est x ans, alors son âge il y a trois ans était …

(a) $3x$ (b) $3 - x$ (c) $x - 3$ (d) $x + 3$

(34) Si les dimensions d'un rectangle sont $(x + y)$ et $(x - y)$, alors son aire est égale à … où $x > y$ et $x \in \Re$ et $y \in \Re$.

(a) $2x$ (b) $4x$ (c) $x^2 - y^2$ (d) $(x - y)^2$

(35) Si on divise un nombre naturel par 2, par 3 et par 4, le reste est un et si on le divise par 5, le reste est nul, alors ce nombre est …

(a) 13 (b) 15 (c) 25 (d) 35

3) *Réponds aux questions suivantes :*

[1] Factorise :

(1) $x^2 - 7x - 8$

(2) $y^2 - 14y + 49$

(3) $2y^4 + 3y^2 - 5$

(4) $3x^2 - 15x + 12$

(5) $4x^2 - 20x + 25$

(6) $x^6 - 9x^3 + 8$

(7) $25x^3 - 10x^2y + xy^2$

(8) $x^2y^2 - 24xy - 25$

(9) $-19ab + 6b^2 + 15a^2$

(10) $6x^2 - 13xy + 6y^2$

(11) $25a^4 - 1$

(12) $5x^2y - 40xy^2 + 35y^3$

(13) $16x^4 - 81$

(14) $x^3 + 64y^3$

(15) $\frac{1}{3}x^3 - 9$

(16) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{49}$

(17) $12x^3y^4 + 3x^5y^2$

(18) $8x^3 - 2y^2x$

(19) $2xy^3 - \frac{1}{8}x^3y$

(20) $2x^3y - 8xy^3$

(21) $\frac{3}{4}x^3 - 48$

(22) $0{,}027a^3 - 0{,}001b^3$

(23) $(a + b)^3 + c^3$

(24) $(a - 2b)^3 - 4(a - 2b)$

(25) $2 - 2(x - 1)^3$

(26) $y^3 - y^2 - 9y + 9$

(27) $a^3 - ab^2 - a^2b + b^3$

(28) $x^3 - 2x^2 - 6x + 8$

(29) $4x^2 - 4xy - 16 + y^2$

(30) $3x^3 - 2x^2 + 12x - 8$

(31) $(5x - 2)^2 - 4x - 5$

(32) $(x - 2)(x + 3) - 6x$

(33) $50 - 2(2x + 1)^2$

(34) $5y^2 - 4x(7y + 3x)$

[2] Réponds aux questions suivantes :

(1) Utilise la factorisation de la différence de deux carrés pour trouver la valeur de $23{,}5^2 - 18{,}5^2$

(2) Utilise la factorisation pour trouver la valeur de : $2 \times 26{,}18^2 - 2 \times 23{,}82^2$

(3) Ecris l'expression : $(a - 2b)(a + 2b) + 5b^2$ sous la forme la plus simple

(4) Ecris l'expression : $x^2(2x - 3) - 9(2x - 3)$ sous la forme la plus simple

(5) Simplifie l'expression : $(2a - b)^2 + (a + 2b)(a - b)$, puis détermine le résultat de l'expression quand $a = 1$ et $b = 2$.

(6) Ecris l'expression : $(2x - 3y)^2 + (3x - 1)(3x + 1)$ sous la forme la plus simple

(7) Ecris l'expression : $(2a - 3b)(a + 2b) + a^2 - 2b^2$ sous la forme la plus simple

(8) Si $(y + 2)$ est l'un des facteurs de l'expression $4y^2 + y - 14$, détermine l'autre facteur.

(9) Si $(3a + 4b)$ est l'un des facteurs de l'expression $15a^2 + 17ab - 4b^2$, détermine l'autre facteur.

(10) Utilise la factorisation pour trouver la valeur de x sachant que $25^2 - 15^2 = 40x$.

(11) Si $x + y = 7$ et $a - 2b = 4$, détermine la valeur numérique de l'expression : $a(x + y) - 2b(x + y)$

(12) Ecris l'expression : $(x - y)(x + y)(x^4 - 2x^2y^2 + y^4)$ sous la forme la plus simple

(13) Si $x + \frac{1}{x} = 5$, Détermine la valeur de l'expression : $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(14) Si $x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$, Détermine la valeur de l'expression : $x + \frac{1}{x}$

(15) Trouve, dans R, l'ensemble-solution de chacune des équations suivantes :

(a) $x^2 = 4x$ (b) $4x^2 - 9 = 0$

(c) $16x^4 - 81 = 0$ (d) $x^2 - x - 12 = 0$

(e) $9 - (x + 1)^2 = 0$ (f) $x(x - 2) - 3(2 - x) = 0$

(g) $(4x - 1)(x + 3) - (x - 5)^2 + 5 = 0$

(h) $\frac{x - 1}{7} = \frac{8}{x}$ (i) $x(x - 2) + 1 = 0$

(16) L'aire d'un rectangle mesure $(x^3 - x^2 - 3x + 6)$ et sa longueur mesure $(x^2 - 3x + 3)$. Calcule sa largeur en fonction de x, puis détermine le périmètre du rectangle si x = 6 cm.

(17) Les dimensions d'un rectangle sont (x + 1) cm et (x + 5) cm. Détermine son périmètre et son aire.

(18) La longueur d'un côté d'un carré est de (5a + b) cm où a et b sont des nombres entiers positifs. Détermine son aire, puis calcule la valeur numérique de son aire si a = 2 cm et b = 3 cm.

(19) Deux nombres entiers pairs consécutifs sont tels que la somme de leurs carrés est 100.Quels sont ces deux nombres ?

(20) Dans un rectangle, la longueur dépasse la largeur de 3 cm. Si l'aire du rectangle est 28 cm^2, trouve les dimensions du rectangle.

(21) Le rapport de deux nombres réels positifs est 2 : 3. Leur produit dépasse le grand nombre de 12.Trouve les deux nombres.

(22) Dans un rectangle, la longueur dépasse la largeur de 5 cm. Si l'aire du rectangle est 36 cm^2, trouve les dimensions du rectangle.

(23) La longueur du côté d'un carré est de x cm. Les dimensions d'un rectangle sont 2 cm et x cm. Si la somme de ses aires est égale à 15 cm^2, détermine le périmètre du carré.

Exercices généraux sur les puissances entières négatives et non négatives

1) Complète ce qui suit :

1) Le nombre $\left(\sqrt{2}\right)^{-3}$ = …… sous la forme la plus simple.

2) Le nombre $\dfrac{1}{\left(\sqrt{5}\right)^{-2}}$ =…… sous la forme la plus simple.

3) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} = \left(-\dfrac{....}{....}\right)^{2}$

4) Si $3^{x-2} = 1$, alors x = ……

5) Si $3^{x-1} = 27$, alors x = ……

6) La forme la plus simple de l'expression : $(\sqrt{2})^0 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^3 =$ ……..

7) Le plus grand de l'un de deux nombres : $(-\sqrt{11})^{24}$; $(-\sqrt{11})^{25}$ est ……

8) La forme la plus simple de l'expression : $\left((\sqrt{7})^2\right)^3 - \left((\sqrt{7})^3\right)^2 =$ …….

9) La valeur de l'expression : $\sqrt[3]{\dfrac{216}{(2)^3 \times (3)^3}} =$ ……

10) Si cinq fois d'un nombre est 5^3, alors $\dfrac{4}{5}$ de ce nombre est ……

11) La forme la plus simple de l'expression : $2^0 + (2)^{-1} - \left(\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2 =$ ……

12) Si $x = (\sqrt{3} + 2)^9$ et $y = (\sqrt{3} - 2)^9$, alors xy = ……..

13) $x^{-2} + 1 = x^{-2}(\ldots\ldots + \ldots\ldots)$ où $x \neq 0$.

14) Si $3^x \times 2^{-x} = 1{,}5$, alors x = ……..

15) Si $4^{x-10} = \dfrac{1}{16}$, alors $\sqrt[3]{x} =$ …….

16) La forme la plus simple de l'expression : $2^{-3} \times 2^{-2} : 4^{-3}$

17) La forme la plus simple de l'expression : $(3^{-2})^3 : 9^{-3} \times (-2)^{-1}$.

18) La forme la plus simple de l'expression : $(2^3 \times 2^{-2})^7 : (\sqrt[3]{-8})^0 =$ ……

19) Si $3^x + 3^x + 3^x = 1$, alors x = ……..

20) Si $\dfrac{2^x \times 3^x}{12^x} = \dfrac{1}{2}$, alors x = ……

2) Choisis la bonne réponse :

1) $3^{-2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) - 9 (b) $\frac{-1}{9}$ (c) $\frac{1}{9}$ (d) 9

2) $0{,}002 \times 0{,}05 = \ldots\ldots\ldots$

(a) 10^{-5} (b) 10^{-4} (c) 10^{4} (d) 10^{5}

3) Lequel des nombres suivants est le plus proche de $11^2 + 9^2$?

(a) 22 + 18 (b) 211 + 29 (c) 120 + 80 (d) 120 + 20

4) La valeur de l'expression : $2^{20} + 2^{22} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) 2×2^{40} (b) 2×2^{41} (c) 3×2^{20} (d) 3×2^{21}

5) Un sixième du nombre $2^{12} \times 3^{12}$

(a) 6^2 (b) 6^4 (c) 6^{11} (d) 6^{23}

6) La valeur de l'expression : $2^5 + \left(\sqrt{2}\right)^{10} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) 2^6 (b) 2^{10} (c) $\left(\sqrt{2}\right)^{15}$ (d) $\left(\sqrt{2}\right)^{20}$

(7) $4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) 4^3 (b) 4^4 (c) 4^{12} (d) 4^{81}

(8) $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-2} = \ldots\ldots\ldots$

(a) $\frac{-9}{5}$ (b) $\frac{-5}{9}$ (c) $\frac{5}{9}$ (d) $\frac{9}{5}$

(9) Si $x = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{3}}$, alors $x^{-1} = \ldots\ldots\ldots$

(a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (c) $\sqrt{3}$ (d) 2

(10) Si $6^x = 7$, alors $6^{x+1} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) 8 b) 13 (c) 36 (d) 42

(11) Si $3^x = 5$, alors $(27)^x =$ .....

(a) 9 (b) 25 (c) 125 (d) 729

(12) Si $5^x = 4$, alors $5^{x-1} =$ .....

(a) 1,25 (b) 0,8 (c) 0,125 (d) 0,08

(13) Si $9^{8-2x} = 1$, alors x = ...

(a) 0 (b) $\frac{1}{4}$ (c) 4 (d) 6

(14) Si $(x-5)^0 = 1$, alors $x \in$ .....

(a) $\mathbb{R} - \{5\}$ (b) $\mathbb{R} - \{-5\}$ (c) $\{5\}$ (d) $\mathbb{R}$

(15) Si $5^{x-3} = 1$, alors $(2x)^2 =$ .....

(a) 36 (b) 9 (c) 4 (d) 3

(16) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^9\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^9 =$ .....

(a) 1 (b) $\sqrt{5}$ (c) $\sqrt{6}$ (d) 5

(17) Si $3^x = 5$ et $\frac{1}{3^y} = 7$, alors $3^{x+y} =$ .....

(a) $\frac{5}{7}$ (b) $\frac{7}{5}$ (c) 2 (d) 12

(18) Si $2^{x-1} \times 3^{1-x} = \frac{9}{4}$, alors x = ...

(a) -3 (b) -1 (c) 1 (d) 2^{x-x^3}

(19) La valeur numérique de l'expression : $\frac{2^{2n+1} \times 5^{2n+1}}{10^{2n}} =$ .....

(a) $\frac{1}{10}$ (b) 7 (c) 10 (d) 100

(20) $\left(5^{x+2} - 5^{x+1}\right) : 5^x =$ .....

(a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

(21) L'expression $\frac{3^x \times 3^x \times 3^x}{3^x + 3^x + 3^x} :=$ .....

(a) 3^{2x-1} (b) 3^{1-2x} (c) 3^{x^3-3x} (d) 3^3

3) Réponds aux questions suivantes :

(1) Trouve sous la forme la plus simple la valeur de :-

1) 3^{-1} 2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$ 3) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$

4) $(\sqrt{5})^{4}$ 5) $(-\sqrt{3})^{-2}$ 6) $(\sqrt[3]{7})^{-3}$

7) $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^{6}$ 8) $(0,01)^{-2}$ 9) $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^{-4}$

(2) Trouve sous la forme la plus simple la valeur de :-

1) $(\sqrt{3})^{-2}$ 2) $(-\sqrt[3]{4})^{-3}$ 3) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-3}$

4) $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-5}$ 5) $(\sqrt{3})^{-4} \times \left(-\sqrt{2}\right)^{4}$ 6) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{5} : \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{7}$

(3) Simplifie :

1) $\left(\sqrt{2}\right)^{2} \times \left(\sqrt{2}\right)^{4}$ 2) $\left(-\sqrt{5}\right)^{9} : \left(-\sqrt{5}\right)^{5}$ 3) $\left(\sqrt{2}\right)^{4} \times \left(\sqrt{3}\right)^{4}$

4) $\left(\left(\sqrt{2}\right)^{2} \times \left(-\sqrt{3}\right)^{3}\right)^{2}$ 5) $\left(\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\right)^{4}$ 6) $\frac{\left(\sqrt{3}\right)^{7} \times \left(\sqrt{3}\right)^{8}}{\left(\sqrt{3}\right)^{6}}$

(4) Simplifie :

1) $\frac{\left(\sqrt{3}\right)^{-5} \times \left(\sqrt{3}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{3}\right)^{-10}}$ 2) $\frac{(10)^{2} \times (10)^{-7}}{(0,1)^{2} \times 0,001}$

3) $\frac{\left(\sqrt{2}\right)^{5} \times (3)^{-2}}{3 \times \left(\sqrt{2}\right)^{9}}$ 4) $\frac{(\sqrt{3})^{-3} \times (\sqrt{2})^{-4}}{(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^{-5}}$

(5) Si $x = 2$ et $y = \sqrt{3}$, trouve sous la forme la plus simple la valeur de :

a) $x^{-2} y^{-4}$ b) $\left(x^{-2} \times y^{4}\right)^{-2}$ c) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$

(6) Si $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$ et $z = \frac{\sqrt{2}}{2}$, trouve la valeur de : $x^2 + (xz)^2 \times y^2$.

(7) Si $x = 2$ et $y = \sqrt{3}$, trouve sous la forme la plus simple la valeur de :

a) $(x + y)^4 (x - y)^4$ b) $\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^{-2}$

(8) Si $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $b = -1$, trouve la valeur de : $7a^6 + (1 - b)^{-3}$.

(9) Si $a = \sqrt{3}$ et $b = \sqrt{2}$, trouve la valeur de :

a) $a^4 - b^4$ b) $\frac{a^4}{b^4}$

(10) Si $x = 2\sqrt{2}$ et $y = 3$, trouve la valeur de : $(x^2 - y^2)^3$

(11) Si $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^x = \frac{4}{9}$, trouve la valeur de : $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$

(12) Si $x = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$, $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$, démontre que : $5x^2 + y^4 = 1$

(13) Si $x = 2\sqrt{3}$, $y = \frac{4}{\sqrt{2}}$, démontre que : $\sqrt{x^2 + y^4 + 3} = 9$

(14) Dans ce qui suit, trouve la valeur de x :

1) $2^x = 32$ 2) $2^{x-2} = 1$ 3) $3^{x-2} = 81$

4) $\left(\sqrt{3}\right)^{x-1} = 9$ 5) $3^{x-2} = \frac{1}{9}$ 6) $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \frac{8}{125}$

(15) Démontre que : $\frac{27^{x-1} \times 8^x}{(2\sqrt{3})^{2x} \left(3\sqrt{2}\right)^{2x}} = \frac{1}{27}$

(16) Si $\frac{8^x \times 9^x}{18^x} = 64$, trouve la valeur de : $(4)^{-x}$

(17) Simplifie : $\frac{4^{x+1} \times 9^{2-x}}{6^{2x}}$, puis trouve sa valeur si x = 1

(18) Si l'aire latérale d'un cube est égale à $3{,}375 \times 10^2$ unité d'aire, trouve :
1) la longueur de son arête 2) le volume du cube

(19) Si le volume d'une sphère $= \frac{4}{3}\pi R^3$, trouve le rayon d'une sphère de $3{,}8808 \times 10^4$ de volume. ($\pi = \frac{22}{7}$)

Exercices sur l'unité de Probabilité

1) *Complète ce que suit pour obtenir une phrase mathématique vraie :*

(1) Si la probabilité pour qu'un étudiant réussisse dans un examen d'une matière est 0,8, alors la probabilité pour qu'il échoue est égale à ….

(2) Si on jette un dé une seule fois et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure, alors la probabilité pour que le nombre apparu soit 7 est …

(3) Dans une classe mixte, il y a 21 garçons et 15 filles. Si on choisit au hasard un élève de cette classe, alors la probabilité pour que cet élève choisi soit un garçon, est …

(4) On jette une pièce de monnaie une seule fois. Si la probabilité d'obtenir «pile» = la probabilité d'obtenir «face», alors la probabilité d'obtenir «pile» est égale à …

(5) Un sac contient 10 cartes numérotées de 1 à 10. Si On tire au hasard une carte, alors la probabilité pour que la carte tirée porte un nombre premier, est …

(6) Si on jette un dé une seule fois et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure, alors la probabilité pour que le nombre apparu ne soit pas 2, est …

(7) Si la probabilité qu'un élève qui va à l'école à pieds est double de la probabilité qu'il utilise d'autres moyens de transport, alors la probabilité pour que l'élève utilise d'autres moyens de transport, est …

(8) Dans une classe de 40 élèves, 20 élèves sont dans l'équipe de football, 10 élèves sont dans l'équipe de basketball et 6 élèves sont dans l'équipe de tennis. Si on choisit au hasard un élève, alors la probabilité pour que cet élève ne soit pas dans un équipe est …

(9) Une usine produit 200 lampes chaque jour. On choisi au hasard une lampe. Si la probabilité pour que cette lampe soit abimée, est 0,03 , alors la probabilité pour que la lampe choisi soit en bon état, est égale à ……

(10) Dans un tournoi de football, une équipe joue 30 matches. La probabilité que l'équipe gagne une matche est 0,5 et la probabilité que l'équipe fait une matche nul est 0,3, alors la probabilité pour que l'équipe perd une matche est …

(11) Un sac contient 10 pommes. 5 pommes rouges, 3 pommes vertes et 2 pommes jaunes. Si on choisit une pomme au hasard de cet sac, alors la probabilité pour que la pomme choisi ne soit pas rouge, est …

(12) Dans une expérience aléatoire, la probabilité d'un événement est 0,4. Si on répète l'expérience 100 fois, alors le nombre d'éléments est …

(13) On a demandé à un élève de tracer un triangle. Si les probabilités de tracer un triangle par rapport à ses angles sont égales, alors la probabilité pour que l'élève trace un triangle obtusangle, est …

2) *Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :*

(1) Quel est le nombre qui peut être la probabilité d'un événement ?

(a) -0,73 (b) 1,23 (c) 79% (d) $\frac{4}{3}$

(2) Si on jette un dé une seule fois et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure, alors la probabilité pour que le nombre apparu soit 5 est …

(a) $-\frac{5}{6}$ (b) 0 (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{5}{6}$

(3) On jette une pièce de monnaie 500 fois, alors le nombre favorable d'obtenir « pile » est …

(a) 240 (b) 252 (c) 249 (d) 260

(4) Si on jette un dé une seule fois et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure, alors la probabilité pour que le nombre apparu soit 7 est …

(a) 0 (b) $\frac{1}{7}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) 1

(5) Si on jette un dé une seule fois et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure, alors la probabilité pour que le nombre apparu soit un nombre premier impair est …

(a) 0 (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

(6) Si la probabilité pour qu'un étudiant réussisse dans un examen d'une matière est 80%, alors la probabilité pour qu'il échoue est égale à ….

(a) 0,08 (b) 0,02 (c) 0,2 (d) 0,8

(7) Deux joueurs ont participé à une compétition d'haltérophilie. Si la probabilité que le premier joueur gagne est 0,75, a lors la probabilité que l'autre joueur gagne est

(a) 0 (b) 0,25 (c) 0,75 (d) 1

(8) Un sac contient 100 cartes numérotées de 1 à 100. Si On tire au hasard une carte, alors la probabilité pour que la carte tirée porte un nombre pair, est …

(a) 0,5 (b) 1 (c) 0 (d) 0,75

(9) Dans une classe mixte, il y a 15 garçons et 20 filles. Si un élève de cette classe est absent un jour, alors la probabilité pour que cet élève absent soit un garçon, est …

(a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{3}{7}$ (c) $\frac{4}{7}$ (d) $\frac{5}{7}$

(10) Une boîte contient 10 boules identiques, 4 boules blanches, 5 boules rouges et le reste boules noires. Si on tire au hasard une boule de cette boîte, alors la probabilité pour que la boule tirée soit noire, est …

(a) 0,1 (b) 0,2 (c) 0,4 (d) 0,5

(11) La probabilité pour que un élève résous un exercice, est 0,7, alors le nombre espéré d'exercices que l'élève peut résoudre de 20 exercices est …

(a) 7 (b) 10 (c) 14 (d) 20

(12) Dans une classe, il y a 36 élèves. On choisit un élève au hasard. Si la probabilité pour que l'âge de cet élève plus petit que 13 ans est $\frac{1}{6}$, alors le nombre d'élèves de la classe dont les âges plus grand ou égal à 13 est ….

(a) 20 (b) 24 (c) 30 (d) 32

(13) Dans une classe mixte, il y a 50 élèves. On choisit au hasard un élève. Si la probabilité pour que l'élève choisis de la classe dans soit une fille, est 0,4, alors le nombre de garçons dans la classe est ….

(a) 50 (b) 40 (c) 30 (d) 20

(14) Un sac contient 2 boules blanches, 3 boules rouges et 5 boules jaunes. Si on choisit une boule au hasard de ce sac, alors la probabilité pour que la boule choisi ne soit pas rouge, est …

(a) 0,2 (b) 0,3 (c) 0,5 (d) 0,7

(15) La figure ci-contre représente une roue tournante divisée en 4 secteurs identiques et numérotées de 1 à 4, alors la probabilité pour que : la flèche s'arrête sur un nombre supérieur à 2, est ..

(a) 25% (b) 50% (c) 75% (d) 100%

(16) Dans une école mixte, il y a 900 élèves. Si on a choisit un échantillon de 150 élèves, on a trouvé le nombre de filles est 70, alors le nombre prévu de filles dans cette école est ..

(a) 400 (b) 420 (c) 480 (d) 500

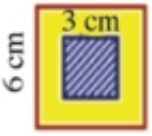
(17) Dans un joue de tire à cible. La probabilité qu'un joueur atteigne la cible est 0,8. Si ce joueur tire sur la cible 10 fois, alors le nombre de fois que la cible ne soit pas atteint, est…

(a) 8 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(18) Une urne contient des boules rouges, vertes, bleues et 15 bleues de même volume. On tire au hasard une boule. Si la probabilité pour que la boule tirée soit bleue, est $\frac{1}{3}$, alors le nombre de boules dans cette urne est

(a) 5 (b) 15 (c) 30 (d) 45

(19) Une personne tire sur la cible ci-contre. La probabilité que la personne atteigne la partie hachurée est ….



(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$

(20) Une roue tournante est divisée en 2 secteurs différents x et y, on a tourné la flèche 200 tournes complètes. La flèche s'arête 47 fois dans le secteur x. Quelle est la figure qui représente le secteur x ?

(a) (b) (c) (d)

3) *Réponds aux questions suivantes :*

(1) Le tableau ci-dessous montre les résultats d'une expérience de choisir un chiffre parmi les chiffres 2, 6 et 9.

Chiffre	2	6	9
Probabilité	0,3	0,5	x

a) Détermine la valeur de x

b) Calcule la probabilité pour que le chiffre choisis, soit un nombre

1) pair 2) impair 3) premier

(2) Une boîte contient 3 boules rouges, 4 boules jaunes et 5 boules vertes. On tire au hasard une boule dans cette boîte. Calcule la probabilité pour que la boule tirée

a) soit jaunes b) soit verte c) ne soit pas rouge

(3) On jette un dé régulier une seule fois. Détermine la probabilité d'obtenir :

[a] un nombre premier [b] un nombre impair

[c] le nombre 0 [d] un nombre compris entre 0 et 7.

(4) On tire au hasard une carte parmi 15 cartes numérotées de 1 à 5. Détermine la probabilité pour que la carte tirée porte

[a] un nombre pair [b] un nombre divisible par 3.

[c] un nombre premier

(5) Une carte est tirée au hasard parmi 24 cartes numérotées de 1 à 24. Calcule la probabilité d'obtenir :

[a] un nombre multiple de 6. [b] un nombre premier.

[c] un nombre carré parfait.

(6) Le tableau ci-dessous montre les mentions de 50 élèves d'une classe en un mois.

Mention	Excellant	Très Bien	Bien	Passable	Faible
Nombre	6	9	11	16	5

Si on choisit un élève au hasard, calcule la probabilité pour qu'il ait :

a) une mention Excellant **b)** une mention Faible

c) une mention inférieure à Bien

(7) La figure ci-contre représente une roue tournante divisée en 8 secteurs identiques et numérotées de 1 à 8. Calcule la probabilité pour que : la flèche s'arrête sur le secteur qui porte

a) un nombre pair b) un nombre premier.

c) un nombre non carré parfait.

(8) Une usine produit des lampes électriques. Sur la production de 600 lampes, 36 lampes sont abimées. Si on tire une lampe, quelle est la probabilité pour que la lampe tirée soit

a) abimée ? b) soit en bon état ?

(9) Le tableau suivant montre les résultats d'un questionnaire sur les moyens de transport utilisés par les élèves d'un groupe pour se rendre à leurs écoles :

Moyen de transports	à pieds	En vouture Privée	En autobus	En vélo
Nombre d'élèves	66	12	3	19

Si on choisit un élève au hasard, calcule sous forme d'un pourcentage la probabilité pour que cet élève aille à l'école :

a) en voiture privée. **b)** à pieds. **c)** par un moyen différent de vélo.

(10) Le tableau suivant montre les résultats les 150 appels téléphoniques d'un bureau de la communication :

Durée de	Inférieur à 3 min	De 3 au moins 6 min	de 6 au moins 9 min	9 min ou plus
Nombre de personnes	100	25	20	5

Détermine la probabilité pour que la durée de l'appel téléphonique soit

a) inférieur à 3 minutes **b)** de 3 au moins 6 minutes

c) 9 minutes ou plus d) 3 minute ou plus

(11) Dans la ville du 10 Ramadan, une usine pour vêtements produit 6000 pièces par jour. Pour tester la qualité, on a choisi au hasard, un échantillon de 1000 pièces, parmi lesquelles 20 pièces présentant des défauts. Quel est le nombre de pièces, produites par jour, présentant des défauts ?

(12) Une usine produit des calculatrices. Lors de l'examen d'un échantillon aléatoire de 200 calculatrices, on a trouvé que 6 % des calculatrices de l'échantillon sont abimées.

a) Quelle est le nombre de calculatrices abimées dans cet échantillon ?

b) Si la production de cette usine, en ce mois, est de 1500 calculatrices, quel est le nombre de calculatrices vendables ?

(13) Dans un projet d'exportation d'agrumes, 30 % des fruits ne répondent pas au critère de la taille. Combien de tonnes l'usine peut-elle exporter en dix jours sachant qu'elle reçoit 20 tonnes d'agrumes par jour ?

(14) Une boîte contient 32 boules de même volume et de couleurs différentes. Certaines sont rouges, d'autres sont blanches, d'autres sont vertes et les boules restantes sont jaunes. On tire au hasard une boule. Si la probabilité pour que la boule tirée soit rouge est $\frac{3}{8}$, calcule le nombre de boules rouges dans la boîte.

(15) Dans un tournoi de football, une équipe joue 30 matches. La probabilité que l'équipe gagne un matche, est 0,6 et la probabilité qu'elle fait une matche nul est 0,3. **Quel est** le nombre de matches dans lesquels l'équipe peut sortir perdante ?

(16) Un sac contient des cartes identiques des couleurs rouges et bleues. Chacun de cinq élèves tire une carte avec remise en notant la couleur. Chacun tire une carte 14 fois. Les résultats sont enregistrés dans le tableau suivant :

élève / Couleur	1er	2ème	3ème	4ème	5ème	Total
Rouge	10	6	2	14	10	42
Bleue	4	8	12	0	4	28
Total	14	14	14	14	14	70

a) Si on tire une carte au hasard, quelle est la probabilité pour que la carte tirée soit bleue ?

b) Si le nombre de cartes dans la boite était 100, quel sera le nombre prévu des cartes rouges ?

(17) Dans le jeu de la cible et la flèche a la forme d'un carré partagé comme dans la figure ci-contre. On a demandé à' un joueur lance la flèche vers la cible.

a) Détermine la probabilité pour que : la flèche s'arrête sur la région B.

b) Détermine la probabilité pour que : la flèche s'arrête sur la région B ou la région C

(18) Le tableau ci-contre montre les mentions de 50 élèves d'une classe en un mois.

Mention	Excellant	Très Bien	Bien	Passable	Faible
Nombre	6	9	12	6	3

On choisit un élève au hasard.

a) Quelle est la probabilité pour qu'il ait la mention Très Bien ?

b) Quel est le nombre prévu d'élèves qui auront une mention Passable si le nombre d'élèves qui passent l'examen était 120 ?

Modèles des examens d'algèbre et de probabilité

Modèle (1)

[1] Complète ce qui suit :

(1) On a écrit les lettres du mot « Mansourah» sur des cartes. On tire au hasard une carte. La probabilité pour que la carte tirée porte la lettre « s», est …

(2) Si $x + y = 4$ et $x - y = 2$, alors $x^2 - y^2 = \ldots$.

(3) L'ensemble solution, dans $\mathbb{Z}$, de l'équation $x^2 - 1 = 8$ est …

(4) Si $2^x = 3$, alors $8^{-x} = \ldots$

(5) L'ensemble solution, $\mathbb{R}$, de l'équation $x^2 - 3 = 0$ est …

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) $(x + 2)^2 = \ldots$.

(a) $x^2 + 4$ (b) $x^2 - 4$ (c) $x^2 + 4x + 4$ (d) $x^2 + 2x + 4$

(2) L'ensemble solution, dans de l'équation $x^2 = 9$ où $x \in \mathbb{Q}$, est …

(a) $\varnothing$ (b) $\{-3\}$ (c) $\{3\}$ (d) $\{-3 ; 3\}$

(3) sachant que $(x + 1)^2$ est un facteur de l'expression $(x^2 - 1)^2$, l'autre facteur est …

(a) $(x - 1)^2$ (b) $x - 1$ (c) $x^2 + 1$ (d) $x^2 - 1$

(4) Si l'expression $x^2 + kx + 36$ est un carré parfait, alors k =……..

(a) ± 6 (b) ± 8 (c) ± 12 (d) ± 18

(5) Si on jette un dé une seule fois et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure, alors la probabilité pour que le nombre apparu soit divisible par 3 est

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$

[3] Factorise les expressions suivantes :

a) $x^2 + 8x + 15$ b) $2x^2 + 7x + 3$

c) $x^3 - 1$ d) $ax - 7a + 3x - 21$

[4]a) Ecris $\frac{4^n \times 6^{2n}}{2^{4n} \times 3^{2n}}$ sous la forme la plus simple :

b) Détermine l'ensemble solution, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $x^2 - 8x + 12 = 0$.

[5]a) Une boîte contient des boules de même volume et de couleurs différentes. 5 sont blanches et les boules restantes sont rouges. On tire au hasard une boule. Si la probabilité pour que la boule tirée soit rouge est $\frac{2}{3}$, calcule le nombre de boules dans la boîte.

b) Soient $3^x = 27$ et $4^{x+y} = 1$, détermine la valeur de x et de y.

Modèle (2)

[1] Complète ce qui suit :

(1) $(9a^2 - 4b^2) = (3a - \ldots)(\ldots + 2b)$

(2) $x^3 - \ldots = (x - 2)(\ldots + 2x + 4)$

(3) $(5x - 2y)(25x^2 + 10xy + 4y^2) = \ldots$

(4) L'ensemble solution, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $(x^2 + 3)(x^3 + 1) = 0$, est ….

(5) Un sac contient 9 cartes numérotées de 1 à 9. Si On tire au hasard une carte, alors la probabilité pour que la carte tirée porte un nombre impair premier, est …

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Si $x^3y^{-3} = 8$, alors la valeur de $\frac{y}{x} = \ldots$

(a) $\frac{1}{512}$ (b) $\frac{1}{8}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

(2) Si l'expression $x^2 + 4x + a$ est un carré parfait, alors a =……..

(a) 3 (b) 4 (c) 8 (d) 16

(3) L'ensemble solution, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $x^2 - x = 0$ est

(a) {0} (b) ∅ (c) {0 ; 1} (d) {1}

(4) L'ensemble solution, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$ est

(a) {1 ; 6} (b) {-1 ; -6} (c) {2 ; 3} (d) {-3 ; -2}

(5) Un sac contient 10 cartes numérotées de 1 à 10. Si On tire au hasard une carte, alors la probabilité pour que la carte tirée porte un nombre impair supérieur à 3, est …

(a) $\frac{3}{10}$ (b) $\frac{4}{10}$ (c) $\frac{5}{10}$ (d) $\frac{7}{10}$

[3] Factorise les expressions suivantes :

a) $4x^2 - 9$ b) $x^3 + 8$

c) $x^2 - 5x$ d) $x^2 - 7x + 12$

[4]a) Détermine l'ensemble solution, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $x^2 - x - 6 = 0$ est

b) Simplifie sous la forme la plus simple : $\dfrac{\sqrt{2}^5 \times 3^{-2}}{3 \times \sqrt{2}^9}$

[5]a) Trouve le nombre réel dont le double dépasse l'inverse de 1.

b) Une boîte contient des boules de même volume et de couleurs différentes. 2 sont vertes, 4 sont bleues et les boules restantes sont rouges. On tire au hasard une boule. Si la probabilité pour que la boule tirée soit verte est $\frac{1}{6}$, calcule le nombre de boules rouges dans la boîte.

Modèle (3)

[1] Complète ce qui suit :

(1) $(x + 3y)^2 = x^2 + \ldots + 9y^2$

(2) L'ensemble solution de l'équation $x^2 - 9 = 0$ où $x \in \mathbb{R}$, est

(3) Si $a^2 - b^2 = 15$ et $a + b = 6$, alors $a - b = \ldots$.

(4) Si on choisit un chiffre du nombre 37450, alors la probabilité pour que le chiffre choisis soit pair, est …

(5) Si $x^2 + y^2 = 17$ et $xy = 6$, alors $(x - y)^2 = \ldots$.

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Si $(x + 1)^2 = 1$, alors $x \in$ ..

(a) $\{0 ; 2\}$ (b) $\{0 ; -2\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\varnothing$

(2) Si l'expression $x^2 + 2x + m$ est un carré parfait, alors m =……..

(a) -1 (b) 1 (c) 2 (d) 3

(3) Si l'un des facteurs de l'expression $x^2 + x - 6$ est $x + 3$, alors l'autre facteur est ..

(a) $(x - 2)$ (b) $(x - 3)$ (c) $(x + 2)$ (d) $(x + 6)$

(4) $2^2 \times 5^3 = \ldots$..

(a) $\frac{1}{2} \times 10^3$ (b) 10^3 (c) 10^5 (d) 10^6

(5) Un sac contient 9 cartes numérotées de 1 à 9. Si On tire au hasard une carte, alors la probabilité pour que la carte tirée porte un nombre premier impair, est …

(a) 0 (b) $\frac{1}{9}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{1}{3}$

[3] Factorise les expressions suivantes :

a) $x^4 - y^4$ b) $x^2 - 5x + 6$ c) $x^3 - 27$

[4]a) Factorise l'expression suivante : $x^3 - x^2 + x - 1$

b) Ecris $\dfrac{\sqrt{3}^{-3} \times \sqrt{2}^{-4}}{(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^{-5}}$ sous la forme la plus simple :

[5]a) La figure ci-contre représente une roue tournante divisée en secteurs identiques et numérotées comme dans la figure ci-contre. Quelle est la probabilité pour que : la flèche s'arrête sur un des secteurs que porte le nombre 3 ?

b) La longueur d'un rectangle dépasse de 1 le double de sa largeur. Si son aire est $21cm^2$, calcule son périmètre.

Modèle (4)

[1] Complète ce qui suit :

(1) L'expression : $(2a + 3b)(2a - 3b) = \ldots\ldots$

(2) L'expression : $(x - y)^2 = \ldots$

(3) $(x + \ldots)(\ldots - 1) = 2x^2 + \ldots - 3$

(4) Si le périmètre d'un carré est x cm, alors son aire est égale à… cm^2

(5) Si $(x - 1)$ est un des facteurs de l'expression $(x^2 - x)$, alors l'autre facteur est …

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Si l'expression $4y^2 + ay + 81$ est un carré parfait, alors a =……..

(a) 6 (b) 9 (c) 18 (d) 36

(2) L'ensemble solution, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $x(x - 2) = 0$ est

(a) $\{0\}$ (b) $\{2\}$ (c) $\{0 ; 2\}$ (d) $\{0 ; -2\}$

(3) Si $a + b = 5$ et $a - b = 4$, alors $b^2 - a^2 = \ldots$

(a) -20 (b) -1 (c) 9 (d) 20

(4) $4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = \ldots.$

(a) 4^4 (b) 4^{12} (c) 16^3 (d) 16^{12}

(5) Une boîte contient des boules de même volume et de couleurs différentes. La moitié des boulles sont blanches et le tiers des boulles sont vertes et les boules restantes sont bleues. On tire au hasard une boule. Alors la probabilité pour que la boule tirée soit bleue, est ….

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

[3]a) Factorise les expressions suivantes :

a) $\ell^2 + 4\ell m - 45m^2$ b) $a^3 + 0{,}008$

b) Utilise la factorisation pour détermine la valeur de : $38 \times 66 + 38 \times 34$.

[4]a) Factorise : $x^6 - y^6$.

b) Si $\frac{8^x \times 9^x}{18^x} = 64$, détermine la valeur de 4^{-x}.

[5]a) Si on jette un dé une seule fois et on note le nombre qui apparaît sur la face supérieure, calcule la probabilité pour que le nombre apparu

1) soit un nombre divisible par 7

2) un nombre premier inférieur ou égal à 4

b) Détermine un nombre réel positif si on ajoute son double au son triple, on obtient 28.

Modèle (5)

[1] Complète ce qui suit :

(1) $(a + \ldots)^2 = a^2 + 6a + \ldots$

(2) $(-5)^{-3} = \ldots$

(3) L'ensemble solution, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $(x - 1)(x - 5) = 0$ est

(4) $\sqrt{\frac{40^2}{13^2 - 12^2}} = \ldots$

(5) Si la probabilité pour qu'un étudiant réussisse dans un examen est 0,85, alors la probabilité pour qu'il échoue est égale à ….

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) L'ensemble solution, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $x^2 - \sqrt{3}x = 0$ est …

(a) $\{0 ; \sqrt{3}\}$ (b) $\{0 ; -\sqrt{3}\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{\sqrt{3}\}$

(2) Si l'expression $x^2 + kx + 36$ est un carré parfait, alors k =……..

(a) ± 3 (b) ± 6 (c) ± 9 (d) ± 12

(3) Si $a^2 + b^2 = 7$ et $ab = 3$, alors $(a - b)^2 = \ldots.$

(a) -1 (b) 1 (c) 2 (d) 21

(4) Si $\left(\frac{5}{3}\right)^x = \frac{27}{125}$, alors $x = \ldots$

(a) -5 (b) -3 (c) 3 (d) 5

(5) Dans une école mixte, il y a 320 élèves. On choisit au hasard un élève de cette école. Si la probabilité pour que cet élève choisi soit un garçon, est 0,6, alors le nombre de filles dans cette école est ..

(a) 256 (b) 192 (c) 128 (d) 96

[3] Factorise les expressions suivantes :

a) $2x^2 - 98$ b) $x^2 - 5x + 6$

c) $3x^2 + 10x + 8$ d) $x^4 - x^2 - 5x + 5$

[4]a) Si $x = 3$ et $y = \sqrt{2}$, détermine la valeur de chacune des expressions suivantes sous la forme la plus simple

1) $x^{-2}\, y^{-4}$ 2) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$

b) Soit un nombre réel, si on le retranche le double de son inverse, le résultat est 1. Détermine ce nombre.

[5]a) Si $3^{x-4} = 1$, détermine la valeur de x.

b) On utilise l'ensemble des chiffres {2 ; 3 ; 5} pour écrire un nombre de deux chiffres différents. Quelle est la probabilité pour que

1) le chiffre des unités du nombre soit pair

2) la somme des chiffres du nombre supérieure à 5.

Géométrie

Exercices sur le triangle isocèle et les médians d'un triangle

1) Complète ce que suit :

(1) L'aire d'un triangle dont la longueur de la base est de 10 cm et la hauteur correspondante mesure 6 cm, est égale à …. cm^2

(2) Si deux triangles ont une base commune et si les sommets opposés à cette base sont situés sur une droite parallèle à cette base, alors ils ont …..

(3) L'aire d'un losange dont les diagonales sont 12 cm et 8 cm, est égale à = … cm^2

(4) Une médiane d'un triangle le partage en deux triangles ……..

(5) L'aire d'un trapèze dont les longueurs des deux bases parallèles sont 6 cm ; 10 cm et la hauteur mesure 5 cm, est égale à …

(6) Si deux triangles ont la même aire et une base commune, alors leurs sommets opposés à cette base sont situés sur une droite……

(7) Deux parallélogrammes ayant une base commune et les côtés opposés à cette base situés sur une même droite …...

(8) Une médiane d'un triangle partage le en deux triangles ……..

(9) L'aire d'un parallélogramme est égale …..

(10) Les triangles ayant des bases de mêmes longueurs et qui sont situés entre deux droite parallèles, ……

(11) Les longueurs des deux diagonales d'un losange sont x cm et y cm. Son aire est égale à … en fonction de x et y

(12) L'aire d'un triangle rectangle dont les longueurs des côtés de l'angle droit sont de 6 cm et 8 cm, est égale à …

(13) L'aire d'un trapèze dont la longueur de la base moyenne est 9 cm et dont la hauteur mesure 6 cm, est égale à … cm^2

(14) Les angles de chacune des bases d'un trapèze isocèle sont …..

(15) Si les longueurs de deux côtés adjacents d'un parallélogramme sont 9 cm ; 6 cm et la plus petite hauteur mesure 4 cm, alors la plus grande hauteur mesure ….. cm

(16) La hauteur d'un trapèze dont l'aire est égale à 42 cm^2 et les longueurs de deux bases parallèles sont 5 cm et 7 cm, est égale à ….

(17) L'aire d'un losange dont le périmètre mesure 20 cm et la hauteur mesure 4 cm, est égale à …

(18) Si l'aire d'un carré est égale à 50 cm^2, alors la longueur de sa diagonale est … cm

(19) La longueur du côté d'un carré dont l'aire est égale à l'aire d'un rectangle de dimensions 9 cm et 16 cm, est égale à …

(20) Si la hauteur d'un trapèze mesure 5 cm et son aire est égale à 30 cm^2, alors la longueur de sa base moyenne mesure … cm

2) *Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :*

(1) L'aire d'un triangle est 30 cm^2 et une de ses hauteurs mesure 3 cm. La longueur de la base correspondante est égale à …. cm

(a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

(2) L'aire d'un parallélogramme dont les longueurs de deux côtés adjacents sont 7 cm ; 5 cm et la plus petite hauteur mesure 4 cm, est ….. cm^2

(a) 35 (b) 25 (c) 28 (d) 49

(3) L'aire d'un trapèze dont la longueur de la base moyenne est 10 cm et dont la hauteur mesure 8 cm, est égale à … cm^2

(a) 80 (b) 60 (c) 40 (d) 20

(4) Le quadrilatère dont l'aire est égale à la moitié carré de la diagonale, est …

(a) un parallélogramme (b) un rectangle
(c) un losange (d) un carré

(5) Les diagonales d'un trapèze isocèle sont …….

(a) superposables (b) perpendiculaires
(c) se coupent en leur milieux (d) parallèles

(6) L'aire d'un losange, dont les longueurs des diagonales sont 6 cm et 8 cm, est égale à …

(a) 2 cm^2 (b) 14 cm^2 (c) 24 cm^2 (d) 48 cm^2

(7) Si un parallélogramme et un triangle sont situés entre deux droites parallèles et ont une base commune, située sur l'une des deux droites, alors le rapport entre leurs aires est ……..

(a) 1 : 2 (b) 1: 3 (c) 2 : 1 (d) 2 : 3

(8) Si l'aire d'un carré est de 18 cm^2, alors la longueur de sa diagonale est de … cm

(a) 36 (b) 12 (c) 9 (d) 6

(9) Si deux triangles ont la même aire et une base commune, alors leurs sommets opposés à cette base sont situés sur une droite……

(a) perpendiculaire à cette base (b) passe par le milieu de cette base
(c) parallèle à cette base. (d) coupe cette base

(10) Le quadrilatère dont l'aire est égale au carré du côté, est …

(a) un parallélogramme (b) un rectangle
(c) un losange (d) un carré

(11) L'aire d'un rectangle dont les dimensions mesurent 5 cm et 4 cm est égale à …

(a) 9 cm^2 (b) 10 cm^2 (c) 20 cm^2 (d) 40 cm^2

(12) La longueur du côté d'un carré dont l'aire est égale à l'aire d'un parallélogramme de la base égale à 8 cm de la longueur. La hauteur correspondante mesure 4,5 cm, est ..

(a) 6 cm (b) 13 cm (c) 18 cm (d) 36 cm

(13) Une médiane d'un triangle le partage en deux triangles ……..

(a) superposables (b) de même aire (c) isocèles (d) rectangles

(14) Le périmètre d'un carré dont l'aire mesure 81 cm^2, est …

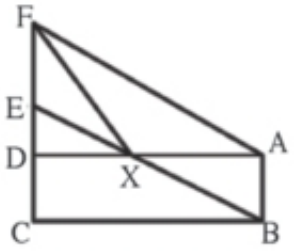
(a) 24 cm (b) 8 cm (c) 9 cm (d) 36 cm

(15) Si l'aire d'un losange est 24 cm^2 et la longueur de l'une de ses deux diagonales est 6 cm, alors la longueur de l'autre diagonale est ...

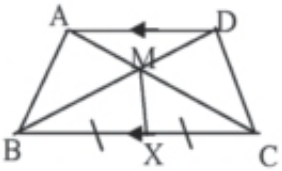
(a) 4 cm (b) 8 cm (c) 10 cm (d) 12 cm

3) *Réponds aux questions suivantes :*

(1) Dans la figure ci-contre,
ABCD est un rectangle, ABEF est parallélogramme,
AB = 3m et BC = 10 cm.
Calcule l'aire de (ΔAXF) par une démonstration.

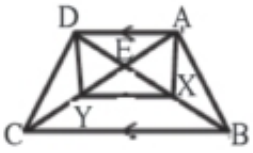


(2) Dans la figure ci-contre, $\overline{AD} // \overline{BC}$
et X est le milieu de $\overline{BC}$. Démontre que :
(a) Aire ($\triangle$AMB) = aire ($\triangle$DMC)
(b) aire de la figure (ABXM) = aire de la figure (DCXM).

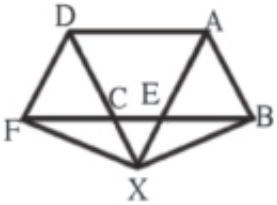


(3) L'aire d'un trapèze est 88 cm^2. La longueur de sa hauteur est 8 cm. La longueur de l'une de ses deux bases parallèles est 10 cm. Calcule la longueur de l'autre base.

(4) Dans la figure ci-contre, $\overline{AD} // \overline{BC}$
Aire ($\triangle$AXB) = aire ($\triangle$ DYC).
Démontre que $\overline{XY} // \overline{AD}$.

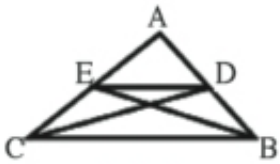


(5) Dans la figure ci-contre,
ABCD et AEFD sont des parallélogrammes.
$\overrightarrow{AE} \cap \overrightarrow{DC} = \{X\}$. Démontre que
Aire (Δ ABX) = A(Δ DFX).

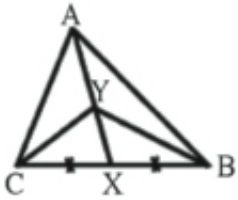


(6) Deux terrains ont la même superficie. Le premier a la forme d'un carré. Le deuxième a la forme d'un trapèze dont les longueurs des deux bases parallèles sont 7 m ; 11 m et la hauteur du trapèze mesure 4 m. Calcule : la longueur du côté du carré

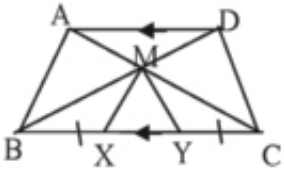
(7) Dans la figure ci-contre,
aire (Δ ADC) = aire (Δ AEB).
Démontre que : $\overline{DE} // \overline{BC}$



(8) Dans la figure ci-contre, $\overline{AX}$ est une médiane du triangle ABC et $Y \in \overline{AX}$. Démontre que : aire (Δ ABY) = aire (Δ ACY).



(9) Dans la figure ci-contre, $\overline{AD} // \overline{BC}$; $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$.
X et Y $\in \overline{BC}$ desorte que BX = CY. Démontre que :
aire de (la figure ABXM) = aire de (la figure DCYM).



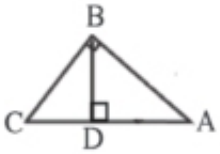
(10) ABCD est un parallélogramme tel que $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ et $\overline{DF} \perp \overline{AB}$. Si AB = 4 cm, BC = 6 cm et DE = 3 cm, Calcule la longueur de $\overline{DF}$.

Exercices sur les similitudes, Théorème de pythagore et théorème d'Euclide

1) *Complète ce que suit pour obtenir une phrase mathématique vraie :*

(1) Si $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, alors la projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$ est …
(2) Dans un triangle ABC, si $AB^2 = BC^2 + AC^2$, alors m(∠…) = 90°
(3) Deux polygones qui sont semblables à un même troisième ……..
(4) Deux triangles sont semblables si les angles correspondants sont …..
(5) ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 5 cm et BC = 12 cm, alors AC = … cm.
(6) Un point appartient à une droite, alors sa projection sur cette droite est ….
(7) Si, dans un triangle ABC, $AC^2 + AB^2 < BC^2$, alors l'angle A est …
(8) Si, dans un triangle XYZ, $YX^2 + YZ^2 > XZ^2$, alors l'angle Z est …

(9) Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en B et $\overline{BD} \perp \overline{AC}$,



a) la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{AC}$ est …

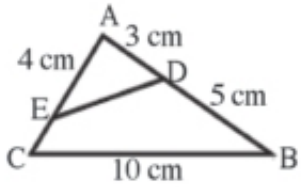
b) $AB^2 = AD \times ....$

c) $BD^2 = AD \times ....$

d) $BC^2 = CD \times ....$

f) $\Delta ABC \sim \Delta ... \sim \Delta ...$

(10) Dans la figure ci-contre,
$\Delta AED \sim \Delta ABC$, $AD = 3$ cm,
$AE = 4$ cm, $BC = 10$ cm et $BD = 5$ cm, alors



a) $m(\angle ADE) = m(\angle ...)$

b) $m(\angle BAC) = m(\angle ...)$

c) DE = ,… cm

d) EC = … cm

(11) Un rectangle dont la longueur de l'un de ses dimensions est 12 cm et la diagonale mesure 13 cm, son aire est égale à ….

(12) Le triangle dont les longueurs des côtés sont 3 cm, 4 cm et 5 cm, est un triangle …

(13) Deux triangles sont semblables. Si les longueurs des côtés de l'un sont 9 cm, 12 cm, 16 cm et le périmètre de l'autre est 148 cm, alors les longueurs des côtés de l'autre sont … ; … ; ...

2) *Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :*

(1) Si $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ et $AB = \frac{1}{4} DE$, alors le périmètre de $(\Delta ABC) = ...$ le périmètre de (ΔDEF).

(a) 4 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

(2) La longueur de la projection d'un segment sur une droite …… à la longueur de ce segment.

(a) $\geq$ (b) $>$ (c) $\leq$ (d) $<$

(3) ABC est un triangle obtusangle en A tel que AB = 5 cm, BC = 8 cm, alors AC =… cm

(a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 13

(4) Si les longueurs des côtés d'un triangle sont 3 cm, 4 cm et 5 cm, alors son aire = …. cm²

(a) 12 (b) 10 (c) 8 (d) 6

(5) Si le rapport de similitude de deux triangles semblables est …, alors les deux triangles sont superposables.

(a) 1 (b) 2 (c) 0,5 (d) 0,25

(6) ABC est un triangle tel que $AC^2 = BC^2 - AB^2$, alors $\angle A$ est …

(a) aigu (b) droit (c) obtus (d) plat

(7) Si les longueurs des côtés d'un triangle sont 5 cm, 12 cm et 13 cm, alors son aire = …. cm²

(a) 30 (b) 32,5 (c) 78 (d) 144

(8) ABC est un triangle obtusangle en B, AB = 3 cm, BC = 5 cm, alors AC = ..

(a) 8 cm (b) 7cm (c) 5 cm (d) 4 cm

(9) Les angles correspondants de deux polygones semblables ….

(a) ont la même mesure (b) sont différentes

(c) sont proportionnelles (d) sont alternes internes

(10) Dans un triangle rectangle, la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit sur l'hypoténuse partage le triangle en deux triangles …

(a) obtusangles (b) acutangles (c) équilatéraux (d) semblables

(11) ABC est un triangle, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ tels que $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{D\}$. Alors la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$ est ….

(a) $\overline{BD}$ (b) $\overline{DC}$ (c) $\overline{AC}$ (d) $\overline{AB}$

(12) ABC est un triangle tel que $AB^2 + BC^2 < AC^2$, alors $\angle B$ est …

(a) aigu (b) droit (c) obtus (d) rentrant

(13) La longueur de la diagonale d'un carré de 50 cm^2 d'aire est …

(a) 10cm (b) 20 cm (c) 30 cm (d) 40 cm

(14) ABC est un triangle tel que $AB^2 = AC^2 + BC^2$ et $m(\angle B) = 40°$, alors $m(\angle A) = …$

(a) 40° (b) 50° (c) 90° (d) 130°

(15) Dans la figure ci-contre,
Si $\Delta ADE \sim \Delta ABC$,
alors la longueur de $\overline{BC}$ est … cm

(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8

3) *Réponds aux questions suivantes :*

(1) Détermine la nature de l'angle B dans le triangle ABC dans chacun des cas suivants :

a) AB = 7 cm, BC = 12 cm, AC = 8 cm

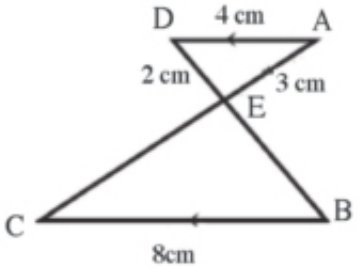
b) AB = 5 cm, BC = 8 cm, AC = 11 cm

c) AB = 6 cm, BC = 3,6 cm, AC = 4,8 cm

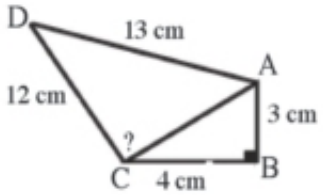
(2) Dans la figure ci-contre,
$\overline{AD} // \overline{BC}$, AD = 4 cm, BC = 8 cm,
AE = 3 cm et ED = 2 cm.

a) Démontre que Δ AED $\sim \Delta$ CEB

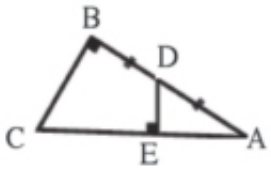
b) Détermine le périmètre de (ΔEBC).



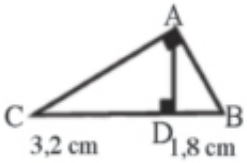
(3) Dans la figure ci-contre,
AB = 3 cm, BC = 4 cm, AD = 13 cm,
CD = 12 cm et m($\angle$B) = 90°.
Démontre que m($\angle$ACD) = 90°.



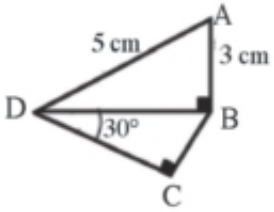
(4) Dans la figure ci-contre,
ABC est un triangle rectangle en B
D est le milieu de $\overline{AB}$, $\overline{DE} \perp \overline{AC}$,
AB = 8 cm et BC = 6 cm.
Détermine la longueur de $\overline{DE}$



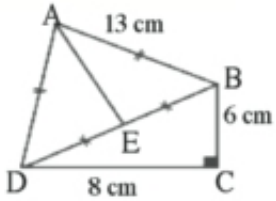
(5) Dans la figure ci-contre,
ABC est un triangle rectangle en A.
$\overline{AD} \perp \overline{BC}$, BD = 1,8 cm et DC = 3,2 cm.
Détermine la longueur de $\overline{AC}$ et de $\overline{AD}$.



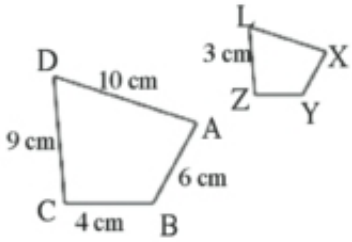
(6) Dans la figure ci-contre :
ABCD est un quadrilatère tel que m($\angle$ABD) = 90°,
m($\angle$BCD) = 90°, m($\angle$BDC) = 30°, AB = 3 cm
et AD = 5 cm. Calcule la longueur de $\overline{BC}$.



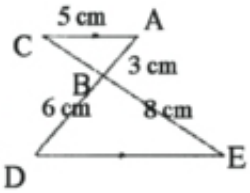
(7) Dans la figure ci-contre :
ABCD est un quadrilatère tel que $m(\angle C) = 90°$,
$AB = AD = 13$ cm, $BC = 6$ cm et $CD = 8$ cm.
E est le milieu de $\overline{BD}$.
Calcule l'aire de la figure ABCD.



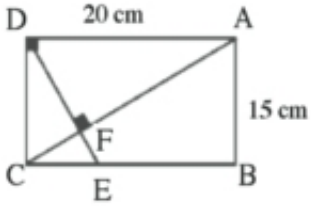
(8) Dans la figure ci-contre :
la figure ABCD ~ la figure XYZL.
$AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm,
$CD = 9$ cm, DA 10 cm et $ZL = 3$cm.
Calcule la longueur de $\overline{XY}$, de $\overline{YZ}$ et de $\overline{XL}$.



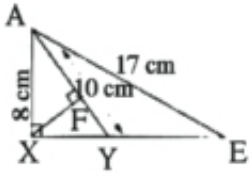
(9) Dans la figure ci-contre : $\overline{AC} // \overline{ED}$.
a) Démontre que $\Delta ABC \sim \Delta DBE$.
b) Calcule la longueur de $\overline{BC}$ et de $\overline{ED}$.



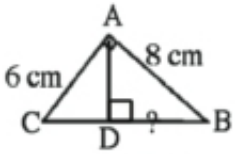
(10) Dans la figure ci-contre :
ABCD est un rectangle, $\overrightarrow{DE} \perp \overline{AC}$ qui le coupe en F et coupe $\overline{BC}$ en E. Si $AB = 15$ cm et $AD = 20$ cm, calcule la longueur de $\overline{AF}$ et de $\overline{CE}$.



(11) Dans la figure ci-contre :
AXY est un triangle rectangle en X.
$\overrightarrow{XF} \perp \overline{AY}$. Détermine :
a) la longueur de la projection de $\overline{AY}$ sur $\overleftrightarrow{XE}$.
b) la longueur de $\overline{XF}$ et de $\overline{AF}$.



(12) Dans la figure ci-contre,
$\Delta DBA \sim \Delta ABC$, $m(\angle BAC) = 90°$.
Démontre que $\overline{AD} \perp \overline{BC}$.
Si $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm, détermine la longueur de $\overline{BD}$



(13) La longueur d'un terrain rectangulaire est le double de sa largeur. Si l'aire du terrain est 200 mètres carrés. On l'a tracé sur une carte d'échelle 1 : 200. Trouve ses dimensions sur la carte.

Modèles des examens de la géométrie

Modèle (1)

[1] Complète ce qui suit :

(1) Si deux triangles ont une base commune et si leurs sommets opposés à cette base sont situés sur une droite parallèle à cette base, alors ils ont …..

(2) Dans un triangle ABC, si $AC^2 + CB^2 = AB^2$, alors $m(\angle\ldots) = 90°$

(3) La projection du point A $\in$ à une droite « L » sur la droite « L »est ….

(4) L'aire d'un parallélogramme est 35 cm^2 et une de ses bases mesure 7 cm. La hauteur correspondante à cette base est égale à … cm

(5) Les longueurs des deux bases parallèles d'un trapèze sont 8 cm ; 10 cm et la hauteur mesure 5 cm, alors son aire mesure ... cm^2

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) ABC est un triangle tel que $AB^2 > BC^2 + AC^2$, alors $\angle C$ est …
(a) aigu (b) droit (c) obtus (d) plat

(2) Les diagonales d'un losange sont 6 cm et 10 cm, alors son aire est égale à = … cm^2
(a) 60 (b) 30 (c) 15 (d) 10

(3) Si le rapport entre les longueurs de deux côtés correspondants de deux polygones semblables est 3 : 5, alors le rapport entre leurs périmètres est ……
(a) 25 (b) 5 : 3 (c) 3 : 5 (d) 1 : 2

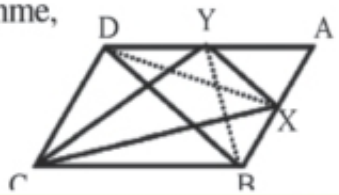
(4) L'aire d'un trapèze est de 100 cm^2. Si la hauteur mesure 5 cm, alors la longueur de la base moyenne est … cm
(a) 20 (b) 30 (c) 40 (d) 50

(5) Une médiane d'un triangle le partage en deux triangles sont ……..
(a) superposables (b) de même aire (c) semblables (d) confondues

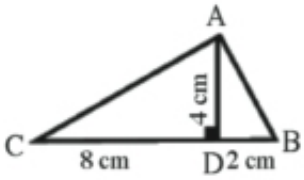
[3]a) Si les longueurs des côtés de l'un de deux triangles semblables sont 3 cm, 4 cm, 5 cm et le périmètre de l'autre est 36 cm. Calcule les longueurs des côtés de l'autre triangle.

b) Dans la figure ci-contre, ABCD est un parallélogramme, $X \in \overline{AB}$ et $Y \in \overline{AD}$ tels que aire de (Δ CBX) = aire de (Δ CYD).

Démontre que $\overleftrightarrow{XY} // \overleftrightarrow{BD}$.

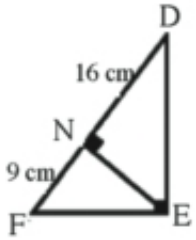


[4]a) Dans la figure ci-contre,
ABC est un triangle, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$,
BD = 2 cm, CD = 8 cm et AD = 4 cm.
Démontre que m(∠BAC) = 90°.



b) ABCD est un parallélogramme tel que AB = 18 cm, DE = 15 cm et BC = 12 cm.
On trace $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ et $\overline{DF} \perp \overline{AB}$ tels que $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \{E\}$ et $\overline{DF} \cap \overline{AB} = \{F\}$.
Calcule l'aire du parallélogramme ABCD et la longueur de $\overline{DF}$.

[5] Dans la figure ci-contre,
DEF est un triangle rectangle en E, $\overline{EN} \perp \overline{DF}$,
DN = 16 cm et FN= 9 cm.
Calcule la longueur de $\overline{EN}$, de $\overline{DE}$ et de $\overline{EF}$.



Modèle (2)

[1] Complète ce qui suit :

(1) Deux polygones sont semblables si les côtés correspondants sont …… et les angles correspondants ont ……

(2) L'aire d'un losange est 24 cm^2. La longueur de l'une de ses diagonales est 8 cm, alors la longueur de l'autre diagonale est ... cm

(3) Dans un triangle ABC, si $AB^2 = AC^2 - BC^2$, alors ABC est un triangle rectangle en ….

(4) Les longueurs 6 cm, 8 cm et 11 cm peuvent être les longueurs des côtés d'un triangle …

(5) Aire d'un triangle = $\frac{1}{2}$ aire du parallélogramme qui a une base commune avec le triangle et ……

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Si les longueurs des deux bases parallèles d'un trapèze sont 6 cm et 8 cm, alors la longueur de sa base moyenne est … cm
(a) 48 (b) 24 (c) 14 (d) 7

(2) Si le rapport des périmètre de deux polygones semblables est 1 : 3 et le périmètre du plus petit polygone est 15 cm, alors le périmètre du plus grand polygone est .. cm
(a) 30 (b) 45 (c) 60 (d) 75

(3) L'aire d'un triangle est 24 cm^2 et une de ses hauteurs mesure 8 cm. La longueur de la base correspondante à cette hauteur est égale à .... cm

(a) 16 (b) 6 (c) 3 (d) 2

(4) ABC est un triangle rectangle en B, $\overline{BD} \perp \overline{BC}$ tel que $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{D\}$. Alors la projection de $\overline{BD}$ sur $\overleftrightarrow{AC}$ est ....

(a) {A} (b) {B} (c) {C} (d) {D}

(5) Si le périmètre d'un carré est 20 cm, alors son aire mesure .... cm^2

(a) 20 (b) 25 (c) 50 (d) 100

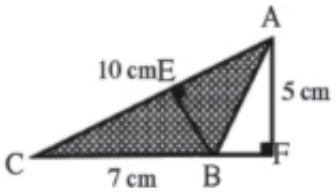
[3] Dans la figure ci-contre,

$\overline{AF} \perp \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BE} \perp \overline{AC}$,

AC = 10 cm, BC = 7 cm et AF = 5 cm.

Détermine 1) la longueur de $\overline{BE}$

2) Aire (Δ ABC).

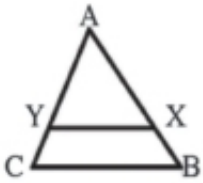


[4]a) ABCD est un parallélogramme tel que AB = 8 cm, AC = 20 cm et BD = 12 cm. Démontre que m($\angle$ABD) = 90°, puis détermine l'aire du parallélogramme ABCD.

b) Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle,

$X \in \overline{AB}$ tel que $BX = \frac{1}{4}$ AB.

$Y \in \overline{AC}$ tel que $CY = \frac{1}{4}$ AC.



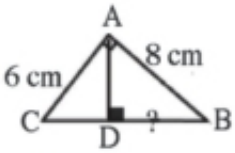
Démontre que $\overleftrightarrow{XY} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ (Indication : Trace $\overline{XC}$ et $\overline{BY}$)

[5]a) Dans la figure ci-contre,

Δ DBA ~ Δ ABC, m($\angle$BAC) = 90°.

Démontre que $\overline{AD} \perp \overline{BC}$.

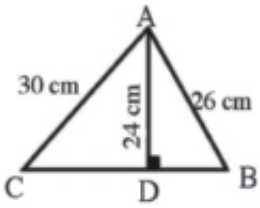
Si AB = 8 cm et AC = 6 cm, détermine la longueur de $\overline{BD}$



b) Dans la figure ci-contre,

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$,

Si AD = 24 cm, AB = 26 cm et AC = 30 cm, détermine BC et calcule l'aire de (Δ ABC).



Modèle (3)

[1] Complète ce qui suit :

(1) ABCD est un parallélogramme, $E \in \overline{CD}$. Si l'aire de (Δ AEB) 20 cm², alors l'aire du parallélogramme ABCD = … cm².

(2) Dans un triangle XYZ, si $XY^2 = YZ^2 - XZ^2$, alors l'angle … est droit.

(3) Une médiane d'un triangle partage le en deux triangles sont ……..

(4) Si $\overline{AD} \perp \overleftrightarrow{CB}$ tels que $\overline{AD} \cap \overleftrightarrow{CB} = \{D\}$, alors la projection de $\overline{AD}$ sur $\overleftrightarrow{CB}$ est …

(5) Si le rapport des périmètres de deux polygones semblables est 3 : 5, alors le rapport entre leurs côtés correspondants est ……

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) ABC est un triangle tel que $AB^2 > AC^2 + BC^2$, alors $\angle C$ est …
(a) aigu (b) droit (c) obtus (d) plat

(2) Si $\overline{AB} // \overleftrightarrow{XY}$, alors la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{XY}$ … la longueur de $\overline{AB}$
(a) < (b) > (c) = (d) ≤

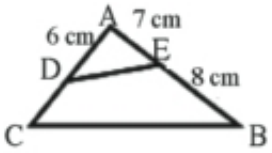
(3) La longueur d'une diagonale d'un carré est 12 cm, alors son aire mesure …. cm^2
(a) 24 (b) 36 (c) 48 (d) 72

(4) Les deux angles de chaque base d'un trapèze isocèle sont …..
(a) superposables (b) complémentaires
(c) supplémentaires (d) parallèles

(5) Si le rapport des aires de deux triangles semblables est 3 : 5 et le périmètre du plus grand triangle est 60 cm, alors le périmètre du plus petit triangle est .. cm
(a) 24 (b) 36 (c) 40 (d) 100

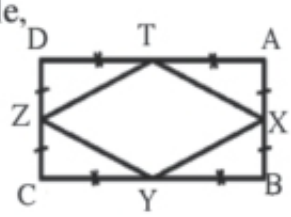
[3]a) Le rapport entre les longueurs des diagonale d'un losange est 5 : 8. Si son aire est égale à 2000 cm^2, détermine la longueur de chacune de sa diagonale.

b) Dans la figure ci-contre,
Δ ABC ~ Δ ADE, AE = 6 cm, AD = 7 cm et BE = 8 cm, détermine
a) la longueur de $\overline{DC}$
b) $\frac{DE}{BC}$

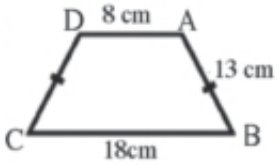


[4]a) La longueur de chacun de deux côtés égaux est 13 cm. La hauteur correspondante à sa base est 12 cm. Détermine l'aire du triangle.

b) Dans la figure ci-contre, ABCD est un rectangle, X, Y, Z et T sont les milieux de ses côtés et AB = 12 cm. Détermine
a) la longueur de $\overline{BC}$
b) l'aire de la figure XYZT.



[5] Dans la figure ci-contre, ABCD est un trapèze isocèle, $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, AB = CD = 13 cm, AD = 8 cm et BC = 18 cm.
Détermine l'aire du trapèze ABCD.



Modèle (4)

[1] Complète ce qui suit :

(1) Dans un triangle ABC, si $AC^2 + CB^2 = AB^2 - 9$, alors la nature de l'angle C est …

(2) La projection d'un point sur une droite donnée est ….

(3) La longueur de la base moyenne d'un trapèze est 15 cm et son aire mesure 75 cm², alors sa hauteur mesure …cm.

(4) La longueur de la base moyenne d'un trapèze est de 150 cm et son aire mesure 75 cm^2, alors sa hauteur mesure … cm.

(5) Les diagonales sont 12 cm et 16 cm, alors la longueur de son côté est de … cm

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Les longueurs de deux diagonales d'un losange sont 12 cm et 9 cm, alors son aire = … cm^2
(a) 18 (b) 108 (c) 45 (d) 54

(2) Si la projection d'un segment sur une droite est un point, alors ce segment … à la droite.
(a) // (b) ⊥ (c) = (d) >

(3) ABC est un triangle rectangle tel que AB =6 cm et BC = 8 cm, alors la longueur de $\overline{AC}$ = … cm
(a) 2 (b) 6 (c) 10 (d) 12

(4) La longueur d'une diagonale d'un carré est 6 cm, alors son aire mesure …. cm^2

(a) 36 (b) 24 (c) 18 (d) 12

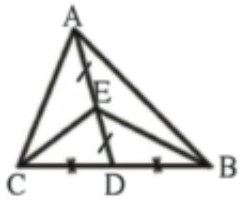
(5) Si le rapport d'agrandissement de deux triangles semblables est 1, alors les deux triangles sont ……..

(a) superposables (b) différentes (c) rectangles (d) confondues

[3]a) La longueur de la base moyenne d'un trapèze est 30 cm. Le rapport entre les longueurs de ses deux bases est 2 : 3. Si sa hauteur est égale à24 cm, calcule l'aire du trapèze.

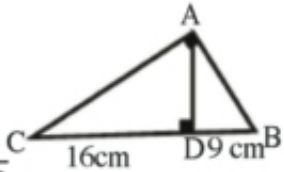
b) Dans la figure ci-contre,
$\overline{AD}$ est une médiane du triangle ABC,
E est le milieu de $\overline{AD}$

Démontre que : aire (Δ EBC) = $\frac{1}{2}$ aire (Δ ABC).

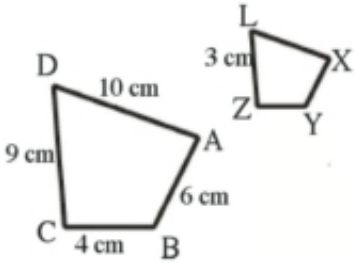


[4]a) Détermine la nature de l'angle C dans le triangle ABC tel que AB = 7 cm, BC = 3cm et AC = 5 cm.

b) Dans la figure ci-contre,
ABC est un triangle rectangle en A,
$\overline{AD} \perp \overline{BC}$. BD = 9 cm et CD = 16 cm,
détermine la longueur de $\overline{AB}$,de $\overline{AC}$ et de $\overline{AD}$



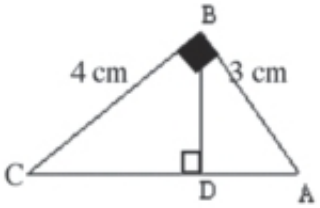
[5] Dans la figure ci-contre :
la figure ABCD ~ la figure XYZL.
AB = 6 cm, BC = 4 cm,
CD = 9 cm, DA 10 cm et ZL = 3cm.
Calcule la longueur de $\overline{XY}$, de $\overline{YZ}$ et de $\overline{XL}$.



Modèle (5)

[1] Complète ce qui suit :

1) Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en B et $\overline{BD} \perp \overline{AC}$,



1) la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{AC}$ est …
2) $BD^2 = AD \times ....$
3) $BC^2 = CD \times ....$
4) $\Delta ABC \sim \Delta ... \sim \Delta ...$
5) Périmètre de (Δ BAD) : périmètre de (Δ CBD) = … : ….

[2] Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

(1) Si les longueurs de deux côtés adjacents d'un parallélogramme sont 6 cm ; 7 cm et la grande hauteur mesure 5 cm, alors son aire = ….. cm²
(a) 30 (b) 35 (c) 42 (d) 49

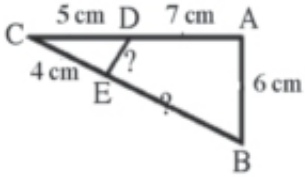
(2) Les diagonales sont 24 cm et 10 cm, alors son aire est égale à = … cm²
(a) 24 (b) 100 (c) 120 (d) 240

(3) La longueur du côté d'un carré dont l'aire est égale à l'aire d'un rectangle 9 cm et 16 cm de dimensions, est égale à …
(a) 6 cm (b) 12 cm (c) 16 cm (d) 18 cm

(4) Les longueurs des côtés d'un triangle sont 3 cm, 4 cm et 5 cm, alors son aire = …
(a) 12 cm² (b) 7,5 cm² (c) 6 cm² (d) 5 cm²

(5) La base moyenne d'un trapèze est 8 cm, alors les longueurs de deux bases parallèles peuvent être, en cm, sont ….
(a) 3 et 5 (b) 6 et 10 (c) 4 et 6 (d) 4 et 4

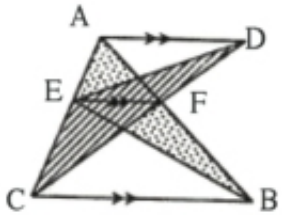
[3] a) Dans la figure ci-contre, $\Delta CDE \sim \Delta CBA$.
En utilisant les longueurs indiquées sur la figure. Détermine la longueur de $\overline{BE}$ et $\overline{DE}$.



b) ABCD est un trapèze isocèle, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, BC = 2AD = 20 cm et son aire = 180 cm². Détermine la longueur de chacun de deux côtés égaux.

[4]a) Deux terrains ont la même superficie. Le premier à la forme d'un losange dont les diagonales mesurent 36 m et 30 m. Le deuxième à la forme d'un trapèze dont la hauteur mesure 20 m et le rapport entre les longueurs des bases parallèles est 4 : 5. Détermine les longueurs de ces bases.

b) Dans la figure ci-contre,
Si $\overline{AD}$ // $\overline{EF}$ // $\overline{CB}$,
Démontre que Aire (Δ DEC) =Aire(Δ AEB).



[5] ABC est un triangle rectangle en B. AB = 3 cm. La longueur de la projection de sur est égale à 1,8 cm. Détermine

a) la longueur de $\overline{BC}$

b) la longueur de la projection de $\overline{BC}$ sur $\overleftrightarrow{AC}$.

Réponses

Réponses des exercices (1-1)

(A) : (1) $(3x - 2)(x + 3)$
(2) $(2x - 3)(x + 2)$
(3) $(5x - 7)(x + 1)$
(4) $(2x - 5)(3x + 2)$
(5) $(3x + 4)(x + 2)$

Réponses des exercices (1-2)

(1) (A) $4x^2 \pm 4x + 1$
(B) $a^2 - 6ab + 9$
(C) $y^4 - 18y^2 + 81$
(D) $\frac{1}{25}x^2 \pm \frac{1}{5}xy + \frac{1}{4}y^2$
(E) $25m^2 + 20mn + 4n^2$
(F) $z^4 \pm 14z^2L + 49L^2$

Réponses des exercices (1-3)

(1) (A) $(x + 2)(x - 2)$
(B) $(3 + y)(3 - y)$
(C) $(5 - 3x)(5 + 3x)$
(D) $2(2x + 5)(2x - 5)$

Réponses des exercices (1-4)

(2) (A) $-(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
(B) $(m + 4n)(m^2 - 4mn + 16n^2)$
(C) $(x - 9)(x^2 + 9x + 81)$

Réponses des exercices (1-5):

(1) (A) $(Ax + Ay) + (bx + by)$
$= A(x + y) + b(x + y)$
$= (x + y)(A + b)$
(B) $(5L - AL) - (10m - 2Am)$
$= L(5 - A) - 2m(5 - A) = (5 - A)(L - 2m)$

Réponses des exercices (1-7)

(1) (A) L'ensemble solution = {3, 5}
(F) L'ensemble solution = {4, -10}
(2) (D) L'ensemble solution = {0, 6}
(E) L'ensemble solution = $\{0, \frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\}$
(3) 3, 7 or -7, -3
(4) 20 mètres et 25 mètres

Réponses des exercices généraux - Page (24)

(3) (A) c = 2 (B) c = 8
(C) c = 30 (D) c = 2
(E) c = 2 (F) c = 6

Réponses de l'épreuve de l'unité - Page (26)

(1) (A) $\pm 20xy$ (B) $x - y = 2$
(C) $x^2 + y^2 = 15$ (D) A = 9
(E) k = -19

Réponses des exercices (2-2)

(2) La relation est $5x + 20y = 65$ Les possibilités sont :
(1, 3) ce qui correspond à un billet de 5 Livres et trois billets de 20 Livres.
(5, 2) ce qui correspond à cinq billets de 5 Livres et deux billets de 20 Livres.
(9, 1) ce qui correspond à neuf billets de 5 Livres et un billet de 20 Livres.

Réponses de l'épreuve de l'unité - Page (38)

(1) (A) (1, 3) (B) $y = 3x + 1$
(C) -3 (D) (0, 3)

Réponses des exercices généraux - Page (46)

(1) L'entraîneur de l'équipe doit choisir le premier joueur car la probabilité pour que ce joueur marque un but $= \frac{12}{15} = 0,8 = 80\%$

La probabilité pour que le deuxième joueur marque un but $= \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$

(2) (A) Nombre de calculatrices abîmées $= 200 \times \frac{6}{100} = 12$ calculatrices.
(B) Nombre de calculatrices vendables $= 1600 \times \frac{94}{100} = 1504$ calculatrices.

Réponses des exercices - Page (87)

(1) a) aire △ ABC $= \frac{1}{2} \times 10 \times 8$
$= 40\ cm^2$
b) Pour trouver la longueur de $\overline{BE}$
$\therefore \frac{1}{2} \times 16 \times BE = \frac{1}{2} \times 10 \times 8$
$8\ BE = 40$
$BE = 5$ cm

Réponses des exercices - Page (94)

(2) aire △ FBC $= \frac{1}{2}$ aire ▱ ABCD (1)
aire △ FEB $= \frac{1}{2}$ aire ▱ ABCD (2)
De (1) + (2)
aire △ FEC = aire ▱ ABCD.
(Ce qu'il fallait démontrer)

Réponses des exercices généraux - Page (100)

(1) a) aire de la figure ABED $= 12 \times 24$
$= 288\ cm^2$
b) $288 = AD \times h$
$288 = 30 \times h$
$h = \frac{288}{30} = 9,6$ cm

Réponses de l'épreuve de l'unité - Page (102)

(1) (A) $24\ cm^2$
(B) de même longueur
(C) $42\ cm^2$
(D) de même aire

Réponses des exercices - Page (111)

(1) (A) BC = 3 cm
(B) $BD = \frac{12}{5} = 2.4$ cm

Epreuve (1)

A) $\frac{2}{3}$ -8 9 15
b) x = 1, Périmètre = 24 cm

A): $(x - 3)(x + 10)$
$(2a - 7b^2)(4a^2 + 14b^2 + 49b^4)$
$(m - n)(1 + x)^2$
$(2x^2 - 10xy + 25y^2)(2x^2 + 10xy + 25y^2)$
b) 188

A) $120cm^2$ (-3, 5)
semblables $28\ cm^2$

A): les deux triangles △ ABC et △ DEC sont semblables car ∠ c est commun, m (∠ ABC) = m (∠ DEC)
$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC}$
$\frac{6}{3} = \frac{AC}{5} = \frac{BC}{4}$
∴ AC = 10 cm, BC = 8 cm

Epreuve (2)

A) ± 10 {0 , 8} k = 2 0
B): Gagner 18 matchs
Perdre 3 matchs

A) : $(a + 1)(a - 3)(a + 3)$
$x(x - 5)(x + 5)$
$(2x + 3)(x - 4)$
$(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2)$

B): $v = \frac{40}{3}$ km/h
$v = \frac{60}{4} = 15$ km /h
d = 40 + 60 = 100 km

A): (1, -1) $\overline{bc}$ 84 45

A): A´ = (2, -1), b` = (1, -5), C´(2, -3)
B) : B D = 20 cm, $(bc)^2 = 625$
$(CD)^2 + (BD)^2 = 225 + 400 = 625$
∴ BDC Aire de la figure = aire triangle ABD + aire BCD = 96 + 150 = 246 cm^2

Epreuve (3)

A) : c = 4 A = 16 x - y = 2
B): $(5x + 4)(x - 3)$
$(x^3 - 8)(x^3 + 8) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
$x^2 - 4x - 3x + 6$
$= x^2 - 7x + 6$
$= (x - 6)(x - 1)$
$(x^2 + 3)(x^2 + 6)$

B): Périmètre = 31 cm
B): Nombre de voitures qui peuvent avoir un accident $= \frac{4}{1000} \times 7000 = 28$ voitures
Prédiction de l'indemnité que la compagnie doit payer $= 2000 \times 28 = 56000$ Livre

A): les longueurs de leurs côtés
(3, 7) ils sont de même aire.
B): 32 cm
C): ∵ AM $= \frac{1}{2}$ MC
∴ aire ABM $= \frac{1}{2}$ aire CBM (même sommet B) (1)
∵ DM $= \frac{1}{2}$ MB
∴ aire DMC $= \frac{1}{2}$ aire BMC (2) (même sommet C)
De (1) et (2) :
aire AMB = aire DMC
En ajoutant AMD aux deux membres :
aire ADB = aire ADC
∴ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

BD = 15 cm triangle rectangle en C.

المواصفات الفنيــة:

مقــاس الكتـــاب:	$\frac{1}{8}$ (٥٧ × ٨٢) سم
طبـــع الـمتـــن:	٤ لون
طبـــع الغـــلاف:	٤ لون
ورق الـمتـــــن:	٨٠ جم أبيض
ورق الغـــــلاف:	٢٠٠ جم كوشيه
عدد الصفحات بالغلاف:	١٥٢ صفحة

الأشـــراف برنتنج هاوس